<u>Секция “Изток” – СМБ</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.

10 клас

<u>Времето за решаване е 120 минути.</u>

<u>Регламент:</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>Организаторите Ви пожелават успех?</u>

Име...училище...град...................................

Зад 1. В триъгълник с основа 12 см и височина към нея 8 см е прекарана права, успоредна на основата, отстояща на разстояние 2,5 см от нея. Колко е дължината на отсечката заключена между страните на триъгълника?

а) 7,25 см; б) 8,25 см; в) 8,125 см; г) друг отговор

Зад 2. Коя е най-голямата стойност на израза $4-2x-\frac{1}{3}x^2$?

а) 7; б) -3; в) 4; г) друг отговор.

Зад 3. Даден е правоъгълен трапец с основи 17 см и 10 см и наклонено бедро 25 см. Да се намери $\sin$ от острия ъгъл на трапеца.

а) $\frac{24}{25}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{25}$; г) друг отговор

Зад 4. Колко е стойността на израза $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}=?$

а) $\sqrt{5}+2$; б) $2\sqrt{5}+1$; в) $3-\sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 5. Колко е лицето на правоъгълен триъгълник с катет 6 см и височина 4,8 см към хипотенузатаму?

а) 12,4 $см^2$; б) 20 $см^2$; в) 24 $см^2$; г) друг отговор

Зад 6. Ако единия корен на уравнението $x^2-4x+c=0$ е $x_1=2-\sqrt{3}$, то да се определи стойността на c:

а) $2+\sqrt{3}$; б) 2; в) $\sqrt{3}$; г) друг отговор

Зад 7. Решенията на неравенството $\frac{2x+4}{x^2+3x+2}\le 0$ са :

а) $(-\infty;-1)$; б) $(-\infty;-2)\cup(-2;-1)$; в) $(-1;+\infty)$; г) $[-2;-1]$;

Зад 8. Даден е правоъгълен ΔABC, в който хипотенузата AB е 10 см и $tg\beta=\frac{3}{4}$. Колко е разстоянието между центровете на вписаната в триъгълника и описаната около триъгълника окръжност?

а) 2; б) $2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{5}$; г) друг отговор

Зад 9. През шестия час от денонощието Дядо Коледа погледнал часовника си. Точно три минутни деления на циферблата разделяли голямата от малката стрелка. Колко е бил часът?

а) 5 ч и 15 мин; б) 5 ч и 30 мин; в) 5 ч и 19 мин; г) друг отговор

Зад 10. Да се реши неравенството $\frac{1}{2(x-1)}-\frac{4}{x}+\frac{15}{2(x+1)}\ge 1$.

Отговори: 1б; 2а; 3а; 4г - $\sqrt{5}-2$; 5в; 6г - 1; 7б; 8в; 9г - 5 ч и 24 мин

Отговори 10 клас:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Б	**А**	**А**	**Г** $\sqrt{5}-2$	**В**	**Г** 1	**Б**	**В**	**Г** 5 ч и 24 мин

Кратки упътвания и решения:

Зад 1. Чрез подобни триъгълници се стига до пропорцията $\frac{8-2,5}{8}=\frac{x}{12}\Rightarrow$ отсечката е с дължина 8,25 см.

Зад 2. Върхът на параболата е в точка с координати $x=-\frac{b}{2a}=-3\Rightarrow$ $y=4-2.(-3)-\frac{1}{3}.(-3)^2=7$ е най-голямата стойност на израза.

Зад 3. a=17, b=10, c=25 $\Rightarrow a-b=17-10=7$. Построява се височината и от питагоровата теорема $\Rightarrow h_c^2+(a-b)^2=c^2$ $\Rightarrow h_c=24\Rightarrow \sin\alpha=\frac{h_c}{c}=\frac{24}{25}$, където α е острия ъгъл на трапеца.

Зад 4. $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}=\sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5})^2+2.\sqrt{5}.2+2^2}}=\sqrt{17-4\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}}=\sqrt{17-4.(\sqrt{5}+2)}=$
$=\sqrt{9-4\sqrt{5}}=\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}=\left|\sqrt{5}-2\right|=\sqrt{5}-2$.

Зад 5 a=6 см, $h_c=4,8см$. Образуваме система $\begin{vmatrix} a.b=c.h_c \\ a^2+b^2=c^2 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow \begin{vmatrix} 6.b=c.4,8 \\ 6^2+b^2=c^2 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow c=10см$

$\Rightarrow S=\frac{4,8.10}{2}=24см^2$.

Зад 6. От формулите на Виет $\Rightarrow x_1+x_2=4$ и $x_1.x_2=c$ $\Rightarrow x_1=4-2+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow c=(2+\sqrt{3}).(2-\sqrt{3})=1$.

Зад 7. След разлагане се получава неравенството $\frac{2(x+2)}{(x+2).(x+1)}\le 0$ $\Leftrightarrow$ $\frac{1}{x+1}\le 0$ и $x\ne 2$ $\Rightarrow$
$x\in\left(-\infty;-2\right)\cup\left(-2;-1\right)$.

Зад 8. От $tg\beta=\frac{3}{4}=\frac{a}{b}\Rightarrow a=3x, b=4x$ и от питагоровата теорема $\Rightarrow 9x^2+16x^2=10^2\Rightarrow x=2$
$\Rightarrow a=6$ и $b=8$. От R = $\frac{c}{2}=5$ и r = p – c = 12 -10 = 2 , използвайки, че разстоянието от върха А до допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност е p – a = 12 – 6 = 6 $\Rightarrow$ че разстоянието от допирната точка на хипотенузата с вписаната окръжност до центъра на описаната окръжност е 6 – 5 = 1 $\Rightarrow d^2=1^2+r^2\Rightarrow d^2=5\Rightarrow d=\sqrt{5}$.

Зад 9. В 5^{00} ч.разликата между голямата и малката стрелка е 25 минутни деления.В даденото време голямата стрелка се е намирала само на 3 деления зад малката. $\Rightarrow$22 деления са били наваксани. За 1 мин. голямата стрелка изминава само едно деление, а малката $\frac{1}{12}$ деления. $\Rightarrow$

всяка минута голямата стрелка наваксва $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ деления. $\Rightarrow$ за да се наваксат 22 деления, са нужни $22:\frac{11}{12}=24$ минути $\Rightarrow$ в момента часовника е показвал 5 ч 24 мин.

Зад 10. Преобразуваме неравенството последователно $\frac{-2x^3+8x^2-12x+8}{2x(x-1)(x+1)}\geq 0$ (за намиране на НОЗ 1т , за привеждане под общ знаменател и получаване на това неравенство 4 т.). След разлагане получаваме $\frac{-2(x-2)(x^2-2x+2)}{2x(x-1)(x+1)}\geq 0$ (4 т) . Умножаваме по -1 $\Rightarrow$ $\frac{(x-2)(x^2-2x+2)}{x(x-1)(x+1)}\leq 0$ $\Rightarrow$ За определяне, че $(x^2-2x+2)>0 \quad за \forall x$ - 2 т. $\Rightarrow$ $\frac{(x-2)}{x(x-1)(x+1)}\leq 0$.

Решенията са $x\in(-1;0)\cup(1;2]$ (3 т.) За решаване по метода на интервалите и определяне на решението 4т .

Нели и Николай Сиракови
Ботевград