

**Секция “Изток” – СМБ**  
**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2012 г.**  
**10 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех?**

Име.....училище.....град.....

**Зад 1.** Ако точка  $A(\sqrt{3}; a)$  е от графиката на функцията  $y = x^2 + 1$ , то  $a$  е равно на:

- а) 4                      б)  $2\sqrt{3}$                       в)  $\pm\sqrt{\sqrt{3}-1}$                       г) друг отговор

**Зад 2.** В правоъгълен триъгълник са дадени:  $c = 10$  см и  $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ . Намерете катетите  $a$  и  $b$ .

- а)  $a = 2$  см,  $b = 2\frac{2}{3}$  см                      б)  $a = \frac{15\sqrt{7}}{7}$  см,  $b = \frac{20\sqrt{7}}{7}$  см                      в)  $a = 6$  см,  $b = 8$  см                      г) друг отговор

**Зад 3.** На дефиниционното множество на израза  $\frac{x^2y - y^2}{xy - y^2}$  принадлежи наредената двойка:

- а) (4;4)                      б) (3,2;0)                      в) (0;0)                      г) (0;4)

**Зад 4.** Решенията на неравенството  $\frac{(x-2)(x^2 - 5x + 6)}{1-x} > 0$  са:

- а)  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; 3)$                       б)  $x \in (1; 2) \cup (2; 3)$                       в)  $x \in (1; 3)$                       г)  $x \in (1; 2)$

**Зад 5.** Ако  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ , то стойността на  $\frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$  е:

- а) 10                      б) 4,5                      в)  $\frac{1}{4}$                       г) друг отговор

**Зад 6.** Стойността на израза  $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1+\cot^2 \alpha}$  е:

- а)  $\frac{1}{2}$                       б)  $2 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \cot^2 \alpha$                       в) 1                      г) друг отговор

**Зад 7.** Параболата  $f(x) = ax^2 + bx + c$  **не** пресича абсцисната ос. Вярно е, че:

- а)  $ac > 0$                       б)  $ac \geq 0$                       в)  $ac < 0$                       г)  $ac \leq 0$

**Зад 8.** Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) с котангенс на ъгъла между катета  $AC$  и

височината към хипотенузата равен на  $\frac{3}{4}$ . Катетът  $BC = 9$  см. Дължината на катета  $AC$  е равна на:

- а) 5 см                      б)  $\frac{27}{4}$  см                      в) 12 см                      г) друг отговор

**Зад 9.** За коя стойност на  $x$ , изразът  $A$  приема най-малка стойност, където  $A = 2 - \sqrt{-x^2 - x + 6}$

- а) -3                      б) 2                      в) 6,25                      г) друг отговор

**Зад 10.** За кои стойности на параметъра  $k$  изразът  $A = \sqrt{(k+5)x^2 - 2(k+1)x + 2k - 4}$  е дефиниран за всяка реална стойност на  $x$ ?

**Отговори:**

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отг.	а	в	г	б	г $6\frac{1}{4}$	в	а	в	г -0,5	$k \in [3; +\infty)$

**Решение на Задача 10:**

$$(k+5)x^2 - 2(k+1)x + 2k - 4 \geq 0 \text{ за всяко } x \quad 3\text{т.}$$

$$\text{Съставяне на системата} \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ D \leq 0 \end{cases} \quad 3\text{т.}$$

$$\text{Намиране на } k > -5 \quad 3\text{т.}$$

Решаване на дискриминантата

$$D = k^2 + 2k + 1 - 2k^2 - 10k + 4k + 20$$

$$D = -k^2 - 4k + 21$$

$$-k^2 - 4k + 21 \leq 0$$

$$D = 25$$

$$k_1 = -7 \quad 3\text{т.}$$

$$k_2 = 3$$

$$k \in (-\infty; -7] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{Определяне на сечението на двете неравенства} \Rightarrow k \in [3; +\infty) \quad 4\text{т.}$$

Елизабет Игова, Ваня Цветкова  
Перник