Секция "Изток" – СМБ
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 22.04.2017г.

11 -12 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Име..училище..град.......................

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор" се приема за решение само, ако е отбелязан верен резултат. Всяка задача се оценява с по 2 точки.

1. Общият член на числова редица е $a_n=\dfrac{(-1)^{n+1}.2^{n+1}-2^n}{(-2)^{n-1}}$, $n\in N$. Стойността на a_{2017} е равна на:

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4

2. Стойността на израза $\dfrac{\sqrt[4]{32}.\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{162}}$ е:

а) 2 б) 4 в) 9 г) 27

3. Вероятност на събитие не може да бъде числото:

а) 2.3^{-1} б) $(-2)^{-2}$ в) $\log_2 1$ г) $\log_2 \dfrac{1}{2}$

4. Числата 2, 6, 18, …, 1458 образуват прогресия. Броят на членовете на тази прогресия е:

а) 4 б) 6 в) 7 г) друг отговор

5. Стойността на израза $\sin\alpha-\cos 2\alpha+tg\dfrac{\alpha}{2}-\cot g\dfrac{\alpha}{2}$ при $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ е:

а) $1-\sqrt{3}$ б) 0 в) $3+\sqrt{3}$ г) друг отговор

6. Медианата на извадката 3, 4, 5, 3, 12, 5, 3 е:

а) 3 б) 4 в) 5 г) друг отговор

7. Общият член на числова редица е. $a_n=21+\sqrt{n^2-8n+16}$, $n\in N$ Номерът, *n* за който a_n приема най-малка стойност е:

а) 1 б) 4 в) 21 г) друг отговор

8. Членовете на геометрична прогресия са цели числа, за които $a_3a_4a_5=2^9$. Броят на възможните стойности на частното на прогресията е:

а) 1 б) 2 в) 8 г) друг отговор

9. В ΔABC $\angle A=30°$, $\angle B=120°$. Отношението, $BC:AC:AB$ е равно на:

а) $1:\sqrt{3}:1$ б) $\sqrt{3}:\sqrt{2}:\sqrt{3}$ в) $2:\sqrt{3}:2$ г) друг отговор

10. Ако $tg\alpha$ и $tg\beta$ са корени на уравнението $x^2-3x-3=0$, то стойността на израза $tg^2\alpha+tg^2\beta$ е:

а) 12 б) 13 в) 14 г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 5 точки.

11. Сума от 1000 лв. е вложена в банка при сложна лихва и след три години тя е нараснала на 1061,21лв. Лихвеният процент е: ***Отговор:***…………………………….

12. $ABCD$ е четириъгълник със страни $AB=4см$, $BC=6см$, $CD=2см$ и $AD=3см$, който е вписан в окръжност. Диагоналът BD има дължина: ***Отговор***:…………………………….

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се напише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

13. Решете неравенството $2x+4x^2+8x^3+16x^4>0$.

14. Числата $2x^2$, $\dfrac{3}{2}$ и $5x$ са последователни членове на намаляваща аритметична прогресия. Намерете нейната разлика.

15. Основата на равнобедрен триъгълник е 4, косинус на ъгъла при основата е $\dfrac{1}{3}$. Намерете дължината на медианата към бедрото и отношението на радиусите на описаната и вписаната за триъгълника окръжности.

Отговори 11 -12 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Б	**А**	**Г**	**В**	**Г 2**	**Б**	**Б**	**В**	**А**	**Г 15**	**2%**	$\frac{\sqrt{130}}{2}$

Задача 13:

Представяме неравенството $\left(8x^4+4x^3\right)+\left(2x^2+x\right)>0$

Изнасяме общ множител $4x^3(2x+1)+x(2x+1)>0$

Окончателно разлагане $x(2x+1)\left(4x^2+1\right)>0$

Последният множител е винаги положителен

Решенията на неравенството $x(2x+1)>0$ са $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup(0,+\infty)$

Указания: за правилно разлагане **6 точки**
за отчитане, че $\left(4x^2+1\right)>0$ **2 точки**
за окончателно решение **2 точки**

Задача 14:

От свойството на прогресията $\frac{3}{2}=\frac{2x^2+5x}{2}$ **1 точка**

Получаваме уравнението $2x^2+5x-3=0$, **2 точки**

с корени $x_1=-3,\ x_2=\frac{1}{2}$ **2 точки**

Прогресията е намаляваща при $x=-3$ (отхвърляне не другия отговор) **2 точки**

Тогава прогресията е $\div 18,\ \frac{3}{2},\ -15......$

Разликата на прогресията е $d=a_2-a_1=\frac{3}{2}-18=-\frac{33}{2}$ **3 точки**

Задача 14:

Нека триъгълникът е $\Delta ABC\ (AC=BC)$, $CH\ (H\in AB)$ е височина към основата, $AM\ (M\in BC)$ е медиана към бедрото.

$\cos\alpha=\frac{AH}{AC}=\frac{2}{AC}=\frac{1}{3}$, тогава $AC=BC=6$

От косинусова теорема за ΔABM или от формулите за медиана намираме $AM=\sqrt{17}$

По Херонова формула или чрез намиране на *CH*, за лицето получаваме $S_{ABC}=8\sqrt{2}$

От синусова теорема или от формулата $S=\frac{abc}{4R}$ получаваме $R=\frac{9\sqrt{2}}{4}$

От осн. свойство на ъглополовящата в ΔAHC или от формулата $S=pr$ получаваме $r=\sqrt{2}$

Тогава $R:r=9:4$

Указания: за намиране на медианата **3 точки**
за намиране на *R* **3 точки**
за намиране на *r* **3 точки**
за намиране на *R:r* **1 точки**

В. Цветкова , Е. Игова
Перник