

Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г
11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

1 зад. Ъглите на един триъгълник образуват аритметична прогресия. Ако разликата между най-големия и най-малкия ъгъл е 60° , то триъгълникът е:

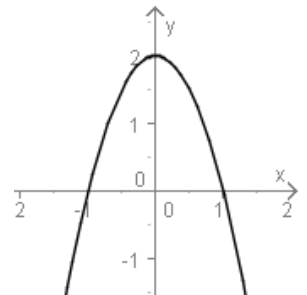
- А) равнобедрен; Б) равностранен; В) правоъгълен; Г) друг отговор.

2 зад. Решенията на неравенството $\frac{(x^2 + x - 2)(x^2 - 4x + 3)}{x} \geq 0$ са:

- А) $[-2;0) \cup (0;3]$; Б) $[-2;0) \cup [3;+\infty) \cup \{1\}$; В) $(-\infty - 2] \cup (0;3] \setminus \{1\}$; Г) друг отговор.

3 зад. Ако графиката на функцията $f(x) = -2x^2 - 4a$ е изобразена на чертежа, то стойността на a е:

- А) 1; Б) -2; В) $-\frac{1}{2}$; Г) друг отговор.



4 зад. Сборът на най-малката и най-голямата стойност на функцията $y = 2x^2 - 4x - 2$ в интервала $[0;3]$ е:

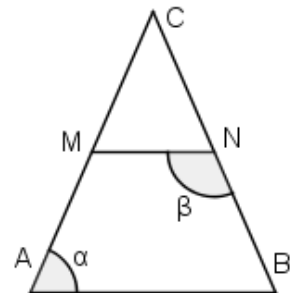
- А) 2; Б) -2; В) 4; Г) друг отговор.

5 зад. Вероятността сборът от цифрите на едно трицифрено число да е равен на 5 е равна на:

- А) $\frac{1}{450}$; Б) $\frac{1}{150}$; В) $\frac{1}{100}$; Г) друг отговор.

6 зад. Точките М и N са среди на бедрата AC и BC на равнобедрения триъгълник ABC от чертежа. Ако $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, то $\cos \beta$ е равно на:

- А) $-\frac{4}{5}$; Б) $-\frac{3}{5}$; В) $\frac{4}{5}$; Г) друг отговор.



7 зад. Ако $\sin \alpha = \frac{1}{1+\sqrt{3}}$, то стойността на израза $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha}$ е:

- А) $2 - \sqrt{3}$; Б) $10 + 6\sqrt{3}$; В) $4 + 2\sqrt{3}$; Г) друг отговор.

8 зад. Точка М лежи на отсечка АВ, като МВ, МА и АВ в този ред образуват геометрична прогресия. Отношението МВ:МА е равно на:

- А) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; Б) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; В) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; Г) друг отговор.

9 зад. Сашко махнал едно число от десет поредни естествени числа. Сумата на останалите била 2009. Махнатото число е:

- А) 209; Б) 129; В) 251; Г) друг отговор.

10 зад. Частното q на една геометрична прогресия е решение на уравнението $q^{2010} - 2010q + 2009 = 0$. Ако първият член е 1, да се намери сумата $S_1 + S_2 + \dots + S_{2009}$, където S_n е сумата на първите n члена на тази редица.

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
В	Б	В	Г - 0	Г - 1/60	А	Б	В	Г - 226

Решение на 10 зад.

1 сл. $q = 1 \Rightarrow S_1 = 1, S_2 = 2, \dots \Rightarrow$ сумата е $1+2+\dots+2009 = 1005 \cdot 2009 = \underline{2\ 019\ 045}$ 5 т.

2 сл. $q \neq 1 \Rightarrow$ сумата е $\frac{1-q}{1-q} + \frac{1-q^2}{1-q} + \dots + \frac{1-q^{2009}}{1-q} = \dots = \frac{2009 - 2010q + q^{2009}}{(1-q)^2} = 0$ 10 т.

Отг. 2 019 045 или 0