<u>**Секция "Изток" – СМБ**</u>

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08.12.2012 г.

11 клас

<u>**Времето за решаване е 120 минути.**</u>

<u>**Регламент:**</u> Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

<u>**Организаторите Ви пожелават успех?**</u>

Име..училище....................................град........ ....

Зад 1. Дадена е числова редица с общ член $a_n = \dfrac{2n+3}{n+2}$. Петият член на тази редица е:

а) $\dfrac{5}{3}$ б) $\dfrac{13}{7}$ в) 5 г) друг отговор

Зад 2. Сборът на първия и втория член на аритметична прогресия е 7, а сборът на четвъртия и шестия член е 28. Разликата на прогресията е:

а) 1 б) 2 в) 5 г) друг отговор.

***<u>Следващите две задачи (зад.3 и зад. 4) са свързани със следното условие</u>*:**

С цифрите 0, 1, 2, 5 и 7 са образувани всички различни трицифрени числа, без повтарящи се цифри.

Зад 3. Общият брой на числата е:

а) 48 б) 60 в) 125 г) друг отговор.

Зад 4. Вероятността произволно избрано число да се дели на 5 е:

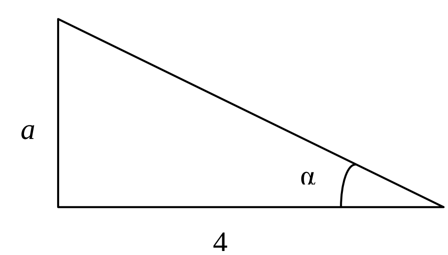
а) $\dfrac{9}{48}$ б) $\dfrac{21}{48}$ в) $\dfrac{21}{60}$ г) друг отговор.

Зад 5. Ако $b \geq 0$, то $\sqrt{\sqrt{\sqrt{b}}}$ е тъждествено равно на:

а) $\sqrt[6]{b}$ б) $\sqrt{b^3}$ в) $\sqrt[8]{b}$ г) друг отговор

Зад 6. На чертежа е даден правоъгълен триъгълник. Стойността на $\cos(\alpha + 90^0)$ е равна на::

а) $-\dfrac{4}{a}$ б) $-\dfrac{a}{\sqrt{16+a^2}}$ в) $-\dfrac{4}{\sqrt{16+a^2}}$ г) $\dfrac{a}{\sqrt{16+a^2}}$



Зад 7. Знаете ли, че *гугъл* е наименование на числото 10^{100}. На колко е равно 100^{1000}:

а) *гугъл*^{10} б) (10*гугъл*)^2 в) *гугъл*^{20}; г) друг отговор

Зад 8. Дължините на страните на триъгълник образуват аритметична прогресия с разлика 3. Косинусът на най-големия ъгъл е $\cos\varphi = -\dfrac{1}{4}$. Периметъра на триъгълника е равен на :

а) 9 б) 12 в) 18 г) друг отговор

Зад 9. За кои цели стойности на параметъра a, неравенството $x^2 - (a^2-1)x - a^2 < 0$ има точно 4 целочислени решения:

а) $a = \pm\sqrt{3}$ б) $a = \pm 2$ в) $a = 4$ г) друг отговор

Зад 10. Дадени са биквадратното уравнение $x^4 - 2(a^2+1)x^2 + (a^2-1)^2 = 0$ и геометричната прогресия, за която са изпълнени условията $\left| \begin{array}{l} b_3 - b_1 = 15 \\ b_4 - b_2 = 60 \end{array} \right.$

а) Решете уравнението, ако стойността на a е равна на първия член на прогресията;

б) Определете за кои стойности на реалния параметър a, уравнението има 4 различни, реални корена.

Отговори: 1 Б; 2 Г 3; 3 А; 4 Б; 5 В; 6 Б; 7 В; 8 Г 27; 9 Б

Зад 10. а) записване на условията $\left| \begin{array}{l} b_1 q^2 - b_1 = 15 \\ b_1 q^3 - b_1 q = 60 \end{array} \right.$ *1 точка*

намиране $b_1 = 1$ *3 точки*

формиране на уравнението $x^4 - 4x^2 = 0$ *1 точка*

получаване на корените $x_{1,2} = \pm 2$ *2 точки*

получаване на корените $x_3 = x_4 = 0$ *1 точка*

б) полагане $t = x^2 \geq 0$ и получаване на уравнението $t^2 - 2(a^2+1)t + (a^2-1)^2 = 0$ *1 точка*

I начин

Пресмятане $D = 4a^2$ или $D = 16a^2$ *2 точки*

Намиране на $t_{1,2} = (a \pm 1)^2 \geq 0$ *1 точка*

Получаване $x_{1,2} = \pm(a+1)$ *1 точка*

Получаване $x_{3,4} = \pm(a-1)$ *1 точка*

Извод: $a \neq 0, \pm 1$ четири различни *1 точка*

II начин

За да има 4 различни реални корена биквадратното уравнение, квадратното за t трябва да има два различни положителни корена *2 точки*

От формулите на Виет $\left| \begin{array}{l} t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ D > 0 \end{array} \right.$ *1 точка*

Тогава $\left| \begin{array}{l} 2(a^2+1) > 0 \\ (a^2-1)^2 > 0 \\ a^2 > 0 \end{array} \right.$ *2 точки*

Решения на системата са $\forall\, a \neq 0, \pm 1$ *1 точка*

Стефчо Наков
Монтана
nakkoff@abv.bg