

**Времето за решаване е 120 минути.****Организаторите Ви пожелават успех!****ПЪРВА ЧАСТ**

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки:

**1зад.** Корените на уравнението  $\sqrt{5x+1} = x-1$  са:

- а) 0 и 7;                      б) 6;                      в) -7;                      г) друг отговор

**2зад.** Стойността на израза  $4x^3 - 8x^2 + 2x + 3$  за  $x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$  е равна на:

- а) 0                      б) 1                      в) 3                      г) друг отговор

**3зад.** При кои стойности на  $a$  параболата  $y = 2x^2 - x + a$  и правата  $y = 3x - 1$  имат точно една обща точка?

- а) -1                      б) 1                      в) 10                      г) друг отговор

**4зад.** В интервала  $[1; 2]$  намаляваща функция е:

- а)  $f(x) = x^2 + 8$                       б)  $f(x) = -2x^2 + 4x$                       в)  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$                       г)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

**5зад.** Всички стойности на  $a$ , за които системата  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = a \end{cases}$  има единствено решение са:

- а)  $\pm 2$                       б)  $\pm\sqrt{2}$                       в) 3                      г) друг отговор

**6зад.** Ако  $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} = 2$ , то  $\operatorname{tg} \alpha$  е равно на:

- а) -1                      б)  $-\frac{1}{3}$                       в)  $\frac{1}{3}$                       г) друг отговор

**7зад.** Графиката на функцията  $f(x) = -x^2 + bx + c$  минава през точките  $A(-2; 0)$  и  $B(0; 6)$ . Най-голямата стойност на функцията е:

- а) 9                      б) 6                      в) 5,75                      г) друг отговор

**8зад:** Допирната точка на една от страните на ромб с окръжността, вписана в ромба дели тази страна на отсечки от 1 см и 4 см. Тангенсите на ъглите на ромба са:

- а)  $\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}$                       б)  $\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}$                       в)  $\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$                       г) друг отговор

**9зад.** Около квадрат със страна 10 е описана окръжност и в един от получените отрезки е вписан квадрат. Дължината на страната му е:

- а) 3                      б) 2                      в) 1                      г) друг отговор

**10зад.** Ако ъгълът между страните на триъгълника, които са равни на 4 и 6, е  $120^\circ$ , то ъглополовящата на този ъгъл е:

- а) 2,4                      б) 4                      в) 6                      г) друг отговор

**11зад.** Точката  $E$  е вътрешна за правоъгълника  $ABCD$ . Ако  $DE = 3$  и  $BE = 7$ , намерете  $AE^2 + CE^2$ .

- а) 32                      б) 43                      в) 72                      г) друг отговор

**12зад.** Кой от следните изрази може да е вероятност на събитие?

- а)  $\log_{0,3} 3$                       б)  $\sin \frac{\pi}{4}$                       в)  $(0,5)^{-2}$                       г)  $\operatorname{tg} 46^\circ$

## ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.

Задачите се оценяват с по 3 точки:

**13зад.** Намерете втория член на растяща аритметична прогресия, за която сборът на първите 10 члена е равен на 300, а първият, вторият и петият член в този ред образуват геометрична прогресия.

Отговор: .....

**14зад.** Решете уравнението  $\frac{|x-3|}{|x-2|-1} = 1$

Отговор: .....

## ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението.

Задачите се оценяват с по 10 точки:

**15зад.** Намерете най-малката цяла стойност на  $a$ , за която корените на уравнението  $x^2 + (a+2)x + 3a + 1 = 0$  са реални и сборът от квадратите им е по-малък от  $5a + 8$ .

**16зад.** В триъгълник е вписана окръжност, центърът на която е свързан с върховете му. Лицата на получените триъгълници са  $28 \text{ cm}^2$ ,  $60 \text{ cm}^2$  и  $80 \text{ cm}^2$ . Да се намерят страните на триъгълника.

**17зад.** Върху хипотенузата  $AB$  на правоъгълния триъгълник  $ABC$  са нанесени точки  $M$  и  $N$  така, че  $AM = MN = NB$ . Ако  $CM = CN \cdot \sqrt{2}$ , да се намери  $\sin \angle BAC$ .

**Отговори и кратки решения**

**Първа част:**

1зад.	2зад.	3зад.	4зад.	5зад.	6зад.	7зад.	8зад.	9зад.	10зад.	11зад.	12зад.
г 7	в	а	б	б	б	г 6,25	а	б	а	г 58	б

**Втора част:**

**13зад.**  $a_2 = 9$

**14зад.**  $x \in (3; +\infty)$

**Трета част:**

**15зад.** За изразяване на  $D = a^2 - 8a \geq 0$  и намиране  $a \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$

**2 точки**

За изразяване на  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 5a + 8$

**2 точки**

За решаване на  $a^2 - 7a - 6 < 0$  и намиране  $a \in \left( \frac{7 - \sqrt{73}}{2}; \frac{7 + \sqrt{73}}{2} \right)$

**3 точки**

За намиране  $a = 0$

**3 точки**

**16зад.** За изразяване  $\frac{ar}{2} = 28; \frac{br}{2} = 60; \frac{cr}{2} = 80$

**2 точки**

За намиране чрез почленно деление на горните равенства  $a : b : c = 7 : 15 : 20$

**3 точки**

За означаване  $a = 7x; b = 15x; c = 20x$

**2 точки**

За намиране след заместване в Хероновата формула за лице на  $V$  на  $x = 2$

**2 точки**

За намерени страни  $a = 14; b = 30; c = 40$

**1 точка**

**17зад.** Означаваме  $BC = a; AM = MN = NB = x; CN = y; CM = y\sqrt{2}; S BAC = \alpha; S ABC = \beta$ .

За  $\sin \alpha = \cos \beta = \frac{a}{3x}$

**2 точки**

За прилагане на косинусова теорема за  $\triangle CNB$  и  $\triangle CMB$  и получаване на системата

$$\begin{cases} y^2 = a^2 + x^2 - 2ax \cos \beta \\ 2y^2 = a^2 + 4x^2 - 4ax \cos \beta \end{cases}$$

**3 точки**

След умножаване на първото уравнение с  $-2$ , събиране и преобразуване, намираме  $\frac{a}{x} = \sqrt{2}$

**4 точки**

За намиране  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

**1 точка**

**II начин:**

От формулата за медианите получаваме (при същите означения):

За  $\triangle ANC \Rightarrow 2y^2 = \frac{1}{4}(2y^2 + 2b^2 - 4x^2)$

За  $\triangle MBC \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2(y\sqrt{2})^2 - 4x^2)$

След преобразуване се получава системата  $\begin{cases} 3y^2 + 2x^2 = 2b^2 \\ 2x^2 = a^2 \end{cases}$

От  $\frac{a}{3x} = \sin \alpha \Rightarrow a = 3x \cdot \sin \alpha$ . След заместване във второто уравнение на системата се получава

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .