Секция "Изток" – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010 г.
6 клас

Времето за решаване е 120 минути.
Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.
Организаторите Ви пожелават успех?

Име...училище.......................................град....................................

1 зад. От числото **–60** извадете най-малкото цяло число, което е по-голямо от числото **–2,6**. Полученото число умножете с противоположното на $\frac{1}{29}$. Числото, което се получава е:

а) $\frac{57}{29}$ б) $\frac{62}{29}$ в) $\frac{63}{29}$ г) друг отговор

2 зад. Фирма произвежда чанти. През първия ден били изработени 750 чанти, а през втория – с 16% повече. Колко чанти е произвела фирмата през третия ден, ако $\frac{15}{16}$ от броят им е равен на чантите, произведени през втория ден.

а) 128 б) 864 в) 928 г) друг отговор

3 зад. В резервоар, имащ форма на куб и пълен до половината с вода, се съдържат 4000 л вода. На колко квадратни метра е равно лицето на дъното на резервоара?

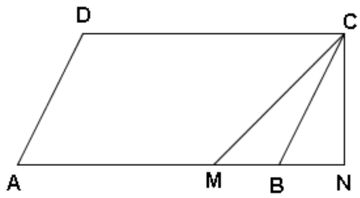
а) 2 б) 4 в) 16 г) друг отговор

4 зад. Точката M върху числовата ос е образът на най-голямото цяло двуцифрено отрицателно число, точката N е образът на най-малкото цяло двуцифрено положително число. Точката P е между точки M и N и дължината на отсечката MP е $\frac{3}{5}$ от дължината на отсечката PN. На кое число е образ точката P?

а) – 7,5 б) – 2,5 в) 4 г) друг отговор

5 зад. На чертежа $ABCD$ е успоредник, а $ANCD$ е правоъгълен трапец, $AB = 2MN$ и лицето на ΔMNC е 5 см^2. На колко квадратни сантиметра е равно лицето на успоредника $ABCD$?

а) 10 б) 15 в) 20 г) друг отговор



6 зад. Стойността на израза $\frac{10^{2010}}{2^{2008}.5^{2009}}+\frac{2^9+2^3}{5.13}-\frac{3^7.9^{16}}{81^9}$ е:

а) 1 б) 9 в) 25 г) друг отговор

7 зад. В 10 часа двама велосипедисти тръгнали един срещу друг от пунктове A и B. Всеки от тях се движил с постоянна скорост. Първият пристигнал в B в 13 часа, а вторият пристигнал в A в 13 часа и 45 минути. В колко часа те са се срещнали?

а) 11 часа и 05 мин. б) 11 часа и 15 мин. в) 11 часа и 30 мин. г) друг отговор

8 зад. Георги има 160 еднакви кубчета с дължина на ръба 1 см. С част от тях той построил възможно най-голям куб. От останалите (може и не всички), отново построил възможно най-голям куб и го поставил върху първия. Намерете лицето на повърхнината на полученото тяло.

а) 170 см^2 б) 186 см^2 в) 204 см^2 г) друг отговор

9 зад. На три картончета са написани двуцифрените числа 37, 96 и x. Ако се съберат всички шестцифрени числа, които се получават при поставянето на картончетата в различен ред едно до друго, ще се получи сбор 3717168. Кое е числото x?

а) 26 б) 36 в) 46 г) друг отговор

10 зад. Математическо списание излиза всеки месец по веднъж и публикува във всеки брой по 5 конкурсни задачи. Те се номерират последователно с числата 1, 2, 3, ... още от първия брой на списанието. В брой 8 от 1987 година са публикувани задачи с номера 1056, 1057, 1058, 1059 и 1060. През коя година е публикувана задача, чийто номер съвпада с годината на публикуване?

Отговори: 1 г) 2; 2в); 3б); 4б); 5в); 6а); 7г) 11часа и 40 мин.; 8б); 9г) 51

Решения:

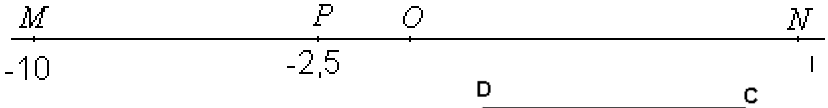
1 зад. $(-60-(-2)).(-\frac{1}{29})=-58.(-\frac{1}{29})=2$

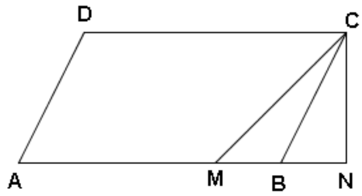
2 зад. Изработените чанти през втория ден са $\frac{16}{100}.750+750=120+750=870$. Ако чантите, изработени през третия ден означим с x получаваме уравнението $\frac{15}{16}x=870$, $x = 928$

3 зад. $V=a.a.\frac{a}{2}=4000дм^3 \Rightarrow a^3=8000 \Rightarrow a=20дм$

$S=a.a=20.20=400дм^2=4м^2$

4 зад. Точката M е образът на (– 10), точката N е образът на 10 следователно дължината на отсечката MN е 20. $MP=\frac{3}{5}NP=\frac{3}{5}(20-MP) \Rightarrow MP=7,5$. Тъй като дължината на $MO=10$ то дължината на PO ще е 2,5 или точка P е образ на *– 2,5*.





5 зад. $S_{ABCD}=AB.CN$; $S_{\Delta MNC}=\frac{MN.CN}{2} \Rightarrow MN.CN=10$

$AB = 2MN \Rightarrow S_{ABCD}=AB.CN=2.MN.CN=2.10=20см^2$

6 зад.

$$\frac{10^{2010}}{2^{2008}.5^{2009}}+\frac{2^9+2^3}{5.13}-\frac{3^7.9^{16}}{81^9}=\frac{10^{2010}}{(2.5)^{2008}.5}+\frac{2^3(2^6+1)}{5.13}-\frac{3^{39}}{3^{36}}=\frac{10^2}{5}+\frac{2^3.65}{65}-3^3=20+8-27=1$$

7 зад. Първият велосипедист пътувал 3 часа, а втория – 3 часа и 45 минути ($3\frac{45}{60}=3\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$часа). Следователно първия изминава за 1 час $\frac{1}{3}$от пътя, а втория $\frac{4}{15}$. Двама изминават за 1 час $\frac{9}{15}$. При срещата двамата заедно са изминали целия път, следователно са пътували $\frac{15}{9}$часа = $1\frac{2}{3}$часа = 1 час и 40 минути. Следователно са се срещнали в 11 часа и 40 минути.

8 зад. Броят на кубчетата (160) е такъв, че 125 < 160 < 216 и 125 = 5.5.5. Следователно възможно най-големият куб, който може да се построи е с дължина на ръба a = 5 см. (125 кубчета). От останалите 35 кубчета (35 > 27 = 3.3.3) може да се построи куб с на на ръба b = 3 см.

След поставянето им един върху друг се получава тяло, в повърхнината на което участват по 5 от стените на двата куба и разликата от лицата на стена на големия и стена на малкия куб. Тогава

S = 5.($a.a$) + 5.(b. b) + ($a.a$ - b. b)   = 5.25 + 5.9 + (25 - 9) = 186 кв. см.

9 зад. Можем да получим 6 числа. В тях всяко от числата 37, 96 и x заема точно два пъти една и съща позиция. Тогава сборът е 2.37.10 101 + 2.96.10 101 + 2.x.10 101 = = 20202. (37 + 96 + x). Оттук 37 + 96 + x = 3717168 : 20202 = 184 и x = 184 – 133 = 51

10 зад. До края на 1987 са публикувани още 20 задачи в оставащите 4 броя. *(2 точки)* Така в брой 1, 1988 година ще започне с публикуването на задача 1060 + 20 + 1 = 1081. *(2 точки)*

Всяка година номерата на задачите се увеличава с 12.5 = 60, а номерата на годините с 1. *(2 точки)* Ако от 1988 година отчетем години, то номерата на задачите ще са увеличени от 1080 до 1080 + 60n, а годините 1988 + n. *(2 точки)* Тогава се търси такова n, за което 1080 + 60n е по-голямо от 1987 + n. *(3 точки)* Чрез проверка за n = 1, 2 .... се установява, че за n = 16 е изпълнено 1080 + 60.16 = 2040 и е по-голямо от 1987 + 16 = 2003 *(2 точки)*

Това означава, че през 2003 година са публикувани задачите с номера от 1981 до 2040, а това включва и задачата с номер 2003. *(2 точки)*