

СМБ – Секция "ИЗТОК"  
**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 08. 12. 2012**

**6 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех**

Име.....училище.....град.....

Зад. 1. Стойността на израза  $A = 2^{27} - 3 \cdot 2^3 + 2^3 \cdot 2^2 + 2^4$

- а)  $2^{12}$                                   б) 56                                  в)  $2^{192} + 48$                                   г) друг отговор

Зад. 2. Върху числовата ос са изобразени точките  $A$  и  $B$ , като  $A$  е образ на най-малкото едноцифрено цяло число, а  $B$  е образ на реципрочното на  $\frac{1}{4}$ . Точките  $M$  е средата на отсечката  $AB$  и е образ на числото:

- а) -6,5                                  б) 2                                  в) -2,5                                  г) друг отговор

Зад. 3. Правоъгълен трапец има основа  $a = 9,2 \text{ cm}$ , височина  $h = 3 \text{ cm}$  и голямото бедро  $c = 6 \text{ cm}$ . Ако лицето на трапеца  $S = 21,6 \text{ cm}^2$ , то обиколката на трапеца е:

- а) 3,6                                  б) 20,8                                  в) 2                                  г) друг отговор

Зад. 4. Произведението на две числа е 240. Ако едното число се удвои, а другото число се намали с 5, то произведението на новополучените числа е отново 240. Сборът на дадените числа е:

- а) 38                                  б) 53                                  в) 29                                  г) друг отговор

Зад. 5. Ако  $a$  е стойността на цифрата на четирицифреното число  $127a$ , така че то се дели на 6,  $x$  е стойността на неизвестното в уравнението  $(3,06 - 0,05 \cdot x + 66 : 0,33) + 0,14 = 203$  и ако  $a > x$ , то стойността на  $A = (2\frac{1}{8} \cdot a - 2,25 \cdot x) \cdot (a - x)$  е:

- а) 9,5                                  б) 32                                  в) 124                                  г) друг отговор

Зад. 6. Основата на правоъгълен паралелепипед е квадрат с обиколка  $2 \text{ dm}$ . Сборът от околните ръбове е  $n \text{ cm}$ , където  $n = \frac{5 \cdot 3^9 - 3^8}{7 \cdot 3^8} : \frac{5}{31}$ . Обемът на правоъгълния паралелепипед е:

- а)  $0,775 \text{ dm}^3$                                   б)  $23\frac{4}{5} \text{ cm}^3$                                   в)  $77,5 \text{ cm}^3$                                   г) друг отговор

Зад. 7. Цифрата на единиците на числото  $P = 8^{2012}$  е:

- а) 0                                  б) 2                                  в) 4                                  г) друг отговор

Зад. 8. В 8 часа приятели тръгват от град А с моторна лодка по течението на река и пристигат на брега В в 9 ч. 30 мин. Скоростта на лодката в спокойна вода е  $12\frac{1}{2} \text{ km/h}$ , а скоростта на течението е  $2,5 \text{ km/h}$ . Колко часа е престоят на приятелите на брега, ако в 16 часа те са се завърнали обратно в град А.

- а)  $4\frac{1}{4} \text{ h}$                                   б)  $6 \text{ h}$                                   в)  $6\frac{1}{2} \text{ h}$                                   г) друг отговор

Зад. 9. Дробта  $\frac{221}{210}$  се получава, като сбор от три обикновени дроби с едноцифрени знаменатели.

Най-малката от тези дроби е:

- а)  $\frac{1}{7}$                                   б)  $\frac{2}{7}$                                   в)  $\frac{1}{6}$                                   г) друг отговор

Зад. 10. За Коледа Ани, Ния, Ванеса и Денис направили 120 мъфини за деца от Дома за сираци.

Ани е направила 50% от мъфините, които направили останалите трима, Ния направила  $\frac{1}{3}$  от мъфините направени от останалите, а направените от Денис мъфини са 1,5 пъти по-малко от мъфините направените от Ванеса.

а) По колко мъфини е направил всеки от тях?

б) Колко % от мъфините направени от Денис са мъфините направени от Ани?

КМС 08.12.2012 г. ОТГОВОРИ: 6 клас

Зад. 1. б); Зад. 2. в); Зад. 3. г) 23,4; Зад. 4. г) 34; Зад. 5 б); Зад. 6. в); Зад. 7. г) 6;

Зад. 8. а); Зад. 9. в); Зад. 10. а) 20; б) 200%.

Кратки решения:

Зад. 1.  $A = 2^{27-3 \cdot 2^3} + 2^3 \cdot 2^2 + 2^4 = 2^{27-24} + 2^5 + 2^4 = 2^3 + 2^5 + 2^4 = 56$

Зад. 2. Точка А е образ на (-9), а т.В е образ на 4.  $|AB| = 13 \text{ м.е.} \implies$  т. М е образ на числото (-2,5).

Зад. 3.  $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2} \implies 21.6 = \frac{(9.2+b) \cdot 3}{2} \implies b = 5.2$ . Малкото бедро  $d$  съвпада с  $h \implies d = 3 \text{ cm} \implies P = 23.4 \text{ cm}$

Зад. 4. Нека числата са  $a$  и  $b$ , за които  $a \cdot b = 240$ . Но  $2a \cdot (b-5) = 240 \implies 2ab - 10a = 240$ . Заместваме  $a \cdot b$

с 240 и намираме  $a = 24$ ,  $b = 10$ . Следователно  $a + b = 34$ .

Зад. 5.  $(3,06 - 0,05 \cdot x + 66 : 0,33) + 0,14 = 203 \implies x = 4$ . Числото  $127a$  се дели на 6, ако  $a = 2$  или  $a = 8$ . От

условието  $a > x \implies a = 8$ .  $A = (2 \frac{1}{8} \cdot a - 2,25 \cdot x) \cdot (a - x) = \left( \frac{17}{8} \cdot 8 - 2,25 \cdot 4 \right) (8 - 4) = (17 - 9) \cdot 4 = 32$

Зад. 6. От условието, че основата и квадрат, следва че обиколката на основата  $P = 4b$ , но  $2 \text{ дм} = 20 \text{ cm}$

$\implies b = 5 \text{ cm}$ .  $n = \frac{5 \cdot 3^9 - 3^8}{7 \cdot 3^8} : \frac{5}{31} = \frac{3^8(5 \cdot 3 - 1)}{7 \cdot 3^8} \cdot \frac{31}{5} = \frac{14}{7} \cdot \frac{31}{5} = \frac{62}{5} \text{ cm}$ . Броят на околните ръбове (с) е

$4 \implies 4 \cdot c = \frac{62}{5} \implies c = \frac{62}{20} = \frac{31}{10} \text{ cm}$ .  $V = a \cdot a \cdot c = 5 \cdot 5 \cdot \frac{31}{10} = 77,5 \text{ cm}^3$ .

Зад. 7.  $P = 8^{2012} = 8^{2012} = 8^{4 \cdot 503} = (8^4)^{503}$ .

Цифрата на единиците на числото  $8^4$  е 6, а последната цифра на  $6^n$  е 6. Следователно цифрата на единиците на числото  $P$  е 6.

Зад. 9. Знаменателят  $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ . От условието, че знаменателите на трите обикновени дроби са

одноцифрени числа  $\implies$  че знаменателите са 5, 6 и 7. Нека об. дроби са  $\frac{a}{5}; \frac{b}{6}; \frac{c}{7}$ . От тук следва че

съответните допълнителни множители са съответно 42; 35; 30. Тогава  $42a + 35b + 30c = 221$ . Числото

$30c$  има за цифра на единиците  $\rightarrow 0$ ,  $35b \rightarrow 0$  или 5,  $42a \rightarrow 0, 2, 4, 6, 8$ . Тъй като сборът на числата е

нечетно, следователно  $b$  е нечетно число и  $35b$  има за цифра на единиците 5. Следователно цифрата на

единиците на  $42a$  е 6. Откъдето следва  $a = 3 \implies 35b + 30c = 95 \implies 7b + 6c = 19 \implies b = 1; c = 2$ . Следователно об.

дроби са:  $\frac{3}{5}; \frac{1}{6}; \frac{2}{7}$ . Най-малката от тях е  $\frac{1}{6}$ .

Зад. 10. а) Нека мъфините направени от Ани са  $x$ , то останалите са направили  $120 - x$ . 1 точка

Тогава  $x = 50\%(120 - x) \implies x = 40$  мъфини 3 точки.

Ния е направила  $y$  мъфини, а останалите  $120 - y$  1 точка

$\implies y = \frac{1}{3}(120 - y) \implies y = 30$  мъфини 3 точки

Следователно Ани и Ния са направили общо 70 мъфини, Ванеса и Денис общо 50 мъфини 1 точка

Нека  $z$  са направените от Денис мъфини, тогава Ванеса е направила  $50 - z$  мъфини. 1 точка

От  $z = (50 - z) : 1,5 \implies z = 20$ , следователно Денис е направил 20 мъфини, а Ванеса - 30 мъфини 3 точки

б)  $p\% \text{ от } 20 = 40 \implies \frac{p}{100} \cdot 20 = 40 \implies p = 200\%$  2 точки