

СМБ – Секция “Изток”  
**ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 21.04.2018г.**  
**7 клас**

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 16 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а),б),в),г)). За задачите от 17. до 22. трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 23. и 24. трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 4 се оценяват с по 1 точка; задачи от 5 до 10 – с по 2 точки; задачи от 11 до 16 – с по 3 точки; задачи от 17 до 20 – с по 5 точки; задачи 21 и 22 – с по 8 точки и задачи 23 и 24 – с по 15 точки. Максималният брой точки е 100. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име..... училище..... град.....

1. Кое от равенствата е изпълнено за всички стойности на променливите?

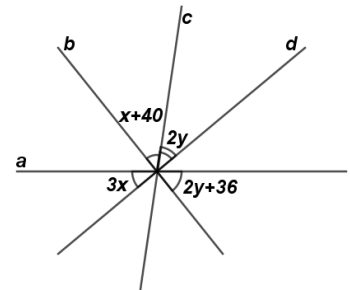
- а)  $|a| = -a$                       б)  $|a| = a$                       в)  $|a| + |b| = |a + b|$                       г)  $|a - b| = |b - a|$

2. Пресметнете стойността на израза  $\frac{4 - 2018^2}{2016 \cdot 2020} - 1$ :

- а) 1                      б) 0                      в) -1                      г) -2

3. Правите  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  се пресичат в една точка. Намерете стойността на  $x + y$ .

- а)  $26^\circ$                       б)  $52^\circ$   
 в)  $71^\circ$                       г)  $142^\circ$



4. Даден е правоъгълният триъгълник  $ABC$  с хипотенуза  $AB = 10$  см и катет  $AC = 6$  см. Ако точка  $M$  е средата на  $AB$ , то периметърът на  $\triangle AMC$  е равен на:

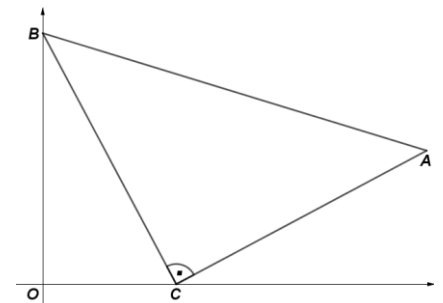
- а) 16 см                      б) 17 см                      в) 22 см                      г) 26 см

5. Симетралите на страните  $AC$  и  $BC$  на  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $O$ . Ако  $\sphericalangle ACB = 150^\circ$ , то градусната мярка на  $\sphericalangle AOB$  е:

- а)  $60^\circ$                       б)  $75^\circ$                       в)  $90^\circ$                       г)  $120^\circ$

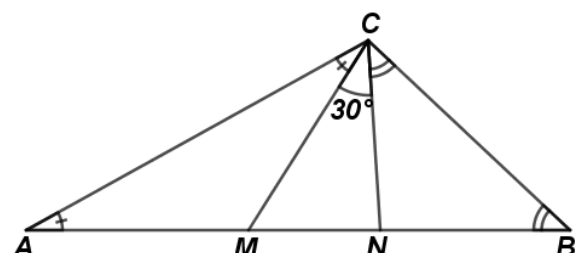
6. В правоъгълна координатна система е построен равнобедрен правоъгълен триъгълник  $ABC$  с хипотенуза  $AB$ . Ако  $C(8;0)$  и  $B(0;15)$ , кои са координатите на върха  $A$ ?

- а) (15;4)                      б) (15;8)  
 в) (23;8)                      г) (23;7,5)



7. На чертежа точки  $M$  и  $N$  са такива, че  $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAB$  и  $\sphericalangle BCN = \sphericalangle ABC$ . Ако  $\sphericalangle MCN = 30^\circ$ , то на колко градуса е равен  $\sphericalangle ACB$ ?

- а)  $100^\circ$                       б)  $105^\circ$   
 в)  $120^\circ$                       г)  $150^\circ$



8. Смесени са 1 литър прясно мляко с масленост 2% и 4 литра прясно мляко с масленост 3,5%. Колко процента е маслеността на получената смес?

- а) 2,3%                      б) 2,75%                      в) 3%                      г) 3,2%

9. Една свободно падаща гумена топка винаги отскача от пода на височина, с  $\frac{1}{4}$  по-малка от височината, от която е паднала. Ако топката е пусната свободно от  $a$  сантиметра, на колко сантиметра от пода ще отскочи след второто падане?

- а)  $\frac{9}{64}a$                       б)  $\frac{6}{16}a$                       в)  $\frac{9}{16}a$                       г)  $\frac{a}{2}$

10. Ако  $x > -y$ , кое от дадените неравенства е винаги вярно?

- а)  $-2(x+y) < 0$                       б)  $2x - x > 2y + y$                       в)  $0 > (-x - y)^2$                       г)  $-x > y$

11. Броят на естествените числа, които са между корените на уравнението  $|3x - 3| - 6 = 6$ , е:

- а) 4                      б) 5                      в) 7                      г) 9

12. Бригада от петима работници свършва дадена работа за 80 минути. За колко време ще свършат същата работа четирима работници, ако всички работници имат еднаква производителност?

- а) 1 час                      б) 1 час и 4 минути                      в) 1 час и 40 минути                      г) 2 часа

13. Нечетното двуцифрено число, чиито цифри са двата корена на уравнението  $x^2 - 13x + 42 = 0$  е:

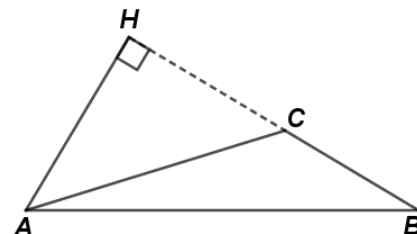
- а) 13                      б) 17                      в) 37                      г) 67

14. Даден е тъпоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C > 90^\circ$ ) и  $AH$  е неговата височина.

Ако  $AB$  е два пъти по-голяма от  $AH$  и  $\sphericalangle BAC : \sphericalangle HAC = 1 : 5$ ,

то мярката на  $\sphericalangle ACB$  е:

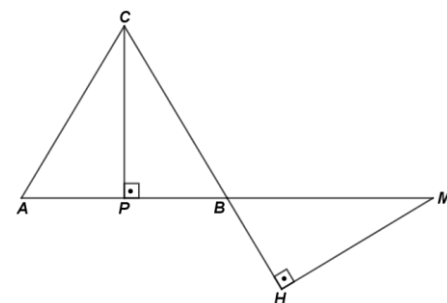
- а)  $90^\circ$                       б)  $140^\circ$   
в)  $120^\circ$                       г)  $150^\circ$



15. На чертежа е дадено, че  $AC = BC$ ,  $CH = 8\text{ см}$ ,  $AM = 11\text{ см}$ ,  $\sphericalangle CHM = 90^\circ$ .

Ако разстоянието  $CP$  от точка  $C$  до правата  $AM$  е равно на  $MH$ , то дължината на  $BC$  е:

- а) 3 см                      б) 4 см  
в) 5 см                      г) 6 см



16. Отсечките  $BM$  и  $AL$  са съответно медиана и ъглополовяща в равнобедрения  $\triangle ABC$ . Дължината на основата  $AB$  е 12 сантиметра и  $AL \perp BM$ . Намерете обиколката на  $\triangle ABC$ .

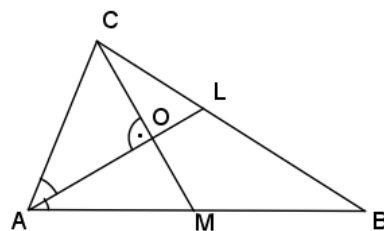
- а) 36 см                      б) 48 см                      в) 60 см                      г) 72 см

17. Сборът от лицата на два квадрата със страни съответно  $a$  см и  $b$  см е  $100\text{ кв.см}$ . Ако  $a$  и  $b$  са цели числа, намерете стойността на сбора  $a + b$ .

18. Ако се намали числото  $x$  с 25% от него, се получава число, което е по-малко или равно на удвоеното число  $x$ , намалено с 4. Намерете най-малкото цяло число с това свойство.

19. Периметърът на равнобедрен триъгълник е 25 сантиметра, а разликата между две от страните му е 4 сантиметра. Ако един от външните му ъгли е остър, намерете дължината на основата в сантиметри.

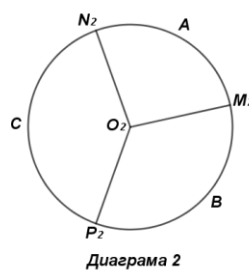
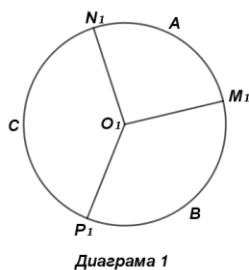
20. В  $\triangle ABC$  страната  $AB$  е 2 пъти по-голяма от медианата  $CM$  ( $M \in AB$ ).  $CM$  пресича ъглополовящата  $AL$  на  $\sphericalangle BAC$  ( $L \in BC$ ) в точка  $O$ .  $CM$  е перпендикулярна на  $AL$  и  $OL = 1\text{ см}$ . Намерете дължината на страната  $BC$ .



### 21. Печалба

Три майстори  $A$ ,  $B$ ,  $C$  работили заедно две седмици. За всяка работна седмица получили еднаква обща сума. Сумата, получена за първата седмица, поделили в отношение  $A:B:C = 3:4:5$  (диаграма 1). Сумата, получена през втората седмица, поделили както е показано на диаграма 2, като  $\sphericalangle M_2O_2N_2 = 100^\circ$ , а  $\sphericalangle P_2O_2N_2 = 140^\circ$ . Известно е, че за първата седмица един от майсторите е получил 90 лева по – малко, отколкото за втората.

- Определете в какво отношение майсторите  $A$ ,  $B$  и  $C$  са си поделили парите през втората седмица.
- Определете мярката на  $\sphericalangle M_1O_1P_1$  от диаграма 1.
- Каква сума общо са заработили тримата майстори за двете седмици?



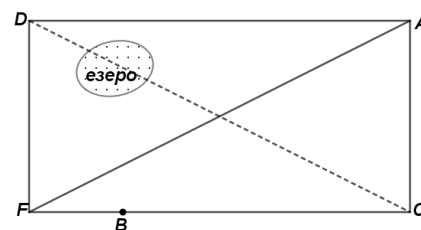
### 22. Задачите на дядо

Семейство притежава правоъгълен парцел и в него има езерце, както е показано на чертежа. Дядото решил да изпита внуците си – седмокласници и им дал следните данни:

$$BC = (20 - x)(20 + x), \quad DF = x(40 - x), \quad FC = 40x, \quad BC = DF \quad \text{и} \quad AF^2 = FC^2 + AC^2.$$

Задачите, които поставил, са следните:

- Намерете  $x$ .
- Езерото пречи да се измери разстоянието  $DC$ . Пресметнете  $DC$ , ако е известно, че  $BC = 300$  метра и три пъти по-дълга от  $FB$ .
- Ако  $x$  е по-големият корен на уравнението  $x^2 = 100$ , намерете отношението  $FC:BC$ .



23. Дадено е уравнението  $(x+1)^2 + 2ax = 4a^2 + x(x+1)$ , където  $a$  е параметър. Решете уравнението за стойност на параметъра  $a$ , равна на положителния корен на уравнението  $5|4-3x| - 3|3x-4| = 20$ . За коя стойност на параметъра  $a$  целият корен на модулното уравнение е единствен корен на параметричното уравнение?

24. В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) височината  $CH$  ( $H \in AB$ ) и ъглополовящата  $BL$  ( $L \in AC$ ) се пресичат в точка  $O$ . Симетралата на отсечката  $LO$  минава през върха  $C$  на  $\triangle ABC$  и  $CH = 18\text{ см}$ .

- Докажете, че  $BC = BP$ , където  $P$  е пресечната точка на построената симетрала със страната  $AB$ .
- Ако  $\sphericalangle ABC = 2 \cdot \sphericalangle BAC$ , намерете периметърът на  $\triangle LOC$ .
- Ако  $AB = 30\text{ см}$ , намерете лицето на  $\triangle ABC$ .