

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 12.12.2009 г.
7 клас

Време за работа: 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за верен само при отбелязан резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, а от 4 до 6 с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Име..... училище.....град.....

Зад 1. Стойността на израза $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$ е:

- а) $\frac{3}{4}$ б) $\frac{4}{5}$ в) $\frac{5}{6}$ г) друг отговор

Зад 2. Четвъртинката от 8^{100} е равна на :

- а) 2^{100} б) 2^{25} в) 2^{298} г) друг отговор.

Зад 3. Ако за числата a, b, c са изпълнени равенствата $\frac{a}{b+c} = \frac{7}{19}$ и $\frac{b}{c-a} = 3$ то отношението $a : b : c$ е равно на

- а) 7 : 9 : 10 б) 9 : 7 : 10 в) 8 : 7 : 9 г) друг отговор

Зад 4. Пресметнете $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6}$

- а) $\frac{4}{5}$ б) $\frac{5}{6}$ в) $\frac{3}{4}$ г) друг отговор

Зад 5. Сборът от годините на майка, баща и син е равен на 74, а преди 10 години този сбор е бил равен на 47. На колко години е сега майката, ако бащата е по-голям от сина си с 28 години?

- а) 35 б) 34 в) 33 г) друг отговор

Зад 6. За числата a и b е известно, че $a^2 + b^2 = 1$. Намерете стойността на $a^6 + 3a^2b^2 + b^6$.

- а) 2 б) 4 в) 3 г) друг отговор.

Зад 7. В САЩ датите се записват в следната последователност: месец, ден, година във формат 99.99.99, а в Европа се записват ден, месец, година. Колко пъти в годината датата не може да се прочете еднозначно, ако не е ясно по кой от двата начина е записана?

- а) 132 б) 144 в) 12 г) друг отговор

Зад 8. Пресметнете $\frac{203}{1.2} + \frac{603}{2.3} + \frac{1203}{3.4} + \frac{2003}{4.5} + \frac{3003}{5.6}$

- а) 510 б) 502,5 в) 500 г) друг отговор.

Зад 9. По окръжност са написани 10 числа, всяко от които е средно аритметично от двете съседни за него числа и сборът на тези 10 числа е равен на 20. Произведението на тези числа е равно на:

- а) 256 б) 512 в) 2048 г) друг отговор

Зад.10. В два съда, единият с форма на правоъгълен паралелепипед (без капак), а другият с форма на четириъгълна пирамида (без основа) има общо 190 литра вода. Чрез преливане на 25 литра вода от първия съд във втория, количествата вода в двата съда се изравнили. Ако основите на двата съда са еднакви правоъгълници с размери 60 см и 40 см, и в началото първият съд бил пълен догоре, намерете:

- а) лицето на повърхнината на първия съд;
б) височината на втория съд, ако след първото преливане той може да бъде допълнен догоре с 1 литър вода

7клас

Отговори и кратки решения:

Отговори:

Задача	Зад.1.	Зад.2.	Зад.3.	Зад.4.	Зад.5	Зад.6	Зад.7	Зад.8	Зад.9
Отговор	в	в	А	б -	г-32	г -1	а	б	г) друг отговор 1024

Зад 1. Решение: $1 - 1/6 = 5/6$

Отг. в)

Зад 2 Решение: $2^{300} : 2^2 = 2^{298}$

Отг. в)

Зад 3 Решение: $19a=7b+7c$ и $b=3c-3a$. След заместване получаваме $19a = 7(3c - 3a) + 7c ; 10a=7c$
 $a=7k \quad c=10k \quad b = 3(c - a) = 3(10k - 7k) = 9k$

Отг. а)

Зад 4 Решение: $1 - 1/6 = 5/6$

Отг.б)

Зад 5. Ако преди 10 год. синът беше роден, то сборът щеше да е 44. Тогава $74 - 47 - 20 = 7$. Синът е на 7 год.
 Бащата на 35, а майката на 32 год.

Отг. г)

Зад.6 След повдигане на трета степен на $a^2+b^2=1$ получаваме търсеното, също равно на 1. **Отг. г)**

Зад.7. Разминаване може да се получи при дните, които могат да служат и за номер на месец (1,2,...12)
 Те са $12 \cdot 12 = 144$, но от тях в 12 случая числото им съвпада с номера на месеца и отново се разбира
 еднозначно. Тогава търсените дати са $144 - 12 = 132$.

Отг. а)

Зад. 8 Решение: След преобразуване получаваме $100+3/1.2 + 100+3/2.3 + 100+3/3.4 + 100+3/4.5 + 100+3/5.6 =$
 $= 500+3(5/6) = 502,5$

Отг.б)

Зад 9. Нека **а** е най-голямото число. Тогава $a \geq b$ и $a \geq c$, където **а** и **с** са съседните числа на **а**. Тогава
 $a \geq \frac{b+c}{2}$. По условие $a = \frac{b+c}{2}$ т.е $a = b = c = 2$. Търсеното произведение е $2^{10} = 1024$ **Отг. г)**

Зад.10 Решение: а) Първоначалното количество вода във втория съд е $(190 - 2 \cdot 25) : 2 = 70$ литра., а в първия
 съд: $70 + 2 \cdot 25 = 120$ литра. Следователно $V_1 = 120$ литра, $V_2 = 70$ литра (**5 т.**).

Размерите на основата са $a=6$ дм, $b=4$ дм. От $V_1 = a \cdot b \cdot c$ намираме $c=5$ дм. Лицето на повърхнината на
 правоъгълния паралелепипед (без капак) е 124 кв.дм (**5 т.**).

б) След първото допълване във втория съд (който по същество е обърната пирамида) има 95 л.; след
 доливане на още един литър се получава 96 л. Във формулата $V_2 = 96 = 1/3 \cdot 24 \cdot h$ се получава $96 = 8 \cdot h$ или
 $h = 12$ дм (**5 т.**).