

СМБ – Секция "ИЗТОК"
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 24.04.2010

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент : Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор . "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат . 15 тестови задачи са разделени на групи по трудности : от 1 до 5 се оценяват с по 3 точки ; от 6 до 10- с по 5 точки и от 11 до 15 – с по 7 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

1зад. Стойността на израза $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09} + \sqrt{3^2 + 4^2}$ е равна на:

- а) 7,5 б) 5,1 в) 7,1 г) друг отговор

2зад. Ако диагоналите на един многоъгълник са 27, то сборът от броя на страните и ъглите му е:

- а) 18 б) 20 в) 22 г) друг отговор

3зад. Ако $a = -\frac{2}{\sqrt{2}}$ и $b = -\frac{3}{\sqrt{3}}$ то $\frac{(a-b)^2 + 2ab}{-0,5}$ е:

- а) -10 б) 5 в) -5 г) друг отговор

4зад. Ако към числото $(-2)^3 \cdot (-5)^3 \cdot \frac{\sqrt{108} - \sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ прибавим сборът от корените на уравненията: $-c + c^2 - 110 = 0$ и

$22 + 9c - c^2 = 0$, ще получим:

- а) 1990 б) 1988 в) 2022 г) друг отговор

5зад. Графиката на функцията $y(x) = 2 - |1 - x|$ пресича абсцисната ос в точките А и В с координати:

- а) А(-1;0) и В(2;0) б) А(0;3) и В(0;1) в) А(-1;0) и В(3;0) г) друг отговор

6зад. Ъгъл с връх В е равен на 60° . Окръжност с център О се допира до раменете му в точки А и С . Отсечката ВО пресича окръжността в точка К. Ако ВК = 13 см., то обиколката на четириъгълника АКСО е:

- а) 46 б) 48 в) 54 г) друг отговор

7зад. Ако корените на уравнението $ax^2 + bx + 5 = 0$ са $x_1 = \frac{5}{3}$ и $x_2 = 1$, то изразът $a - b$ е равен на:

- а) -13 б) 11 в). -5 г) друг отговор

8зад. Произведението на 3 прости числа е един от корените на уравнението $2y^2 + 7y = 2010$. Простите числа са:

- а) 2, 3 и 5 б) 2, 5 и 7 в) 2, 3 и 7 г) друг отговор

9зад. Да се пресметне стойността на израза $\frac{a-b}{a+b}$, ако $(a-b)^2 = \frac{ab}{2}$ и $0 < a < b$

- а) -3 б) 3 в) $-\frac{1}{3}$ г) друг отговор

10зад. В правоъгълен трапец единият диагонал е равен на едната основа и те са по 12 см. Ако единият от ъглите на трапеца е 120° , то средната му основа е:

- а) 7 см. б) 8 см. в) 9 см. г) друг отговор

11зад. Изразът А от уравнението $\frac{2x+1}{2x-1} + A : \frac{4x^2-1}{8x-8} = 1$ е равен на:

- а) $\frac{-2x+1}{4(x-1)}$ б) $\frac{2x+1}{4(1-x)}$ в) $\frac{2x-1}{4x-4}$ г) друг отговор

12зад. Дадена е окръжност k и точки В и С от k. Ъгълът между допирателните към k в точките В и С е 42° . Точка А е от малката дъга ВС. Ъгъл ВАС е равен на:

- а) 111° б) 101° в) 112° г) друг отговор

13зад. За 5 учебни дни родителите на Иванчо и Марийка дават общо 85,50лв. За 3 дни Иванчо харчи толкова, колкото Марийка за 4 дни и на ден му остават по 40ст. Марийка харчи на ден по:

- а) 9,60лв б) 8,50лв в) 7,50лв г) друг отговор

14зад. В правоъгълния трапец ABCD ($\sphericalangle B = 90^\circ$) средната основа и диагоналът BD се пресичат в точка Q . Правите AD и BC се пресичат в точка Е. Точка М е медицентър на $\triangle ABE$ и лежи на BD Ако MQ = 1 см. средната отсечка на $\triangle ABE$, успоредна на AE е равна на:

- а) 7,5 см б) 7 см в) 6см г) друг отговор

15зад. Рибар отива от града до язовира като отначало се движи по хоризонтален път с 4км/ч, а по нанаторнището с 3км/ч. На връщане се движи по същия път по надолнището с бкм/ч, а по хоризонталния път с 4км/ч. Отсъствал е от дома 10 часа и е ловил риба 5 часа. Пресметнал е, че за да лови риба с 1 час повече трябва да увеличи скоростта си по равните участъци и нагоре с 1км/ч, а по надолнището с:

- а) $\frac{1}{3}$ км/ч б) $\frac{2}{5}$ км/ч в) $\frac{3}{4}$ км/ч г) друг отговор

Отговори: 1 г) 6,1; 2 а) 3 а); 4 г) 2010; 5 в); 6 г) 52см.; 7 б); 8 а); 9 в); 10 в); 11 б); 12 а); 13 в); 14 в); 15.г)

$$\frac{2}{3} \text{ км/ч.}$$

Решения: 1 зад. $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09} + \sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{7}{5} - 0,3 + 5 = \frac{7}{5} - \frac{3}{10} + \frac{5}{1} = \frac{61}{10} = 6,1$

2 зад. По метода на индукцията може да се изведе формула за броя на диагоналите. За четириъгълник са 2, за петъгълник са 5, за шестоъгълник са 9 и т.н., $N_n = n(n-3)/2$ Решава се квадратно уравнение $27 = n(n-3)/2$ и положителният му корен е 9 т.е 9 ъгъла и 9 страни 18

3 зад. При $a = -\sqrt{2}$, $b = -\sqrt{3}$ то $\frac{(a-b)^2 + 2ab}{-0,5} = \frac{a^2 + b^2}{-0,5} = \frac{2+3}{-0,5} = -\frac{5}{0,5} = -10$

4 зад. От $(-2)^3 \cdot (-5)^3 \cdot \frac{\sqrt{108} - \sqrt{48}}{\sqrt{3}} = -8 \cdot (-125) \cdot \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1000 \cdot 2 = 2000$ и корените на уравнението

$-c + c^2 - 110 = 0$ са $c_1 = 11$ и $c_2 = -10$ а на $22 + 9c - c^2 = 0$ са $c_1 = 11$ и $c_2 = -2$, то сборът им е 2010

5 зад При $x = 1$ за y получаваме $y = 2$ При $x > 1$ получаваме $y = 2 - (x - 1) \Rightarrow x = 3$ т.е. В(3;0) При $x < 1$ получаваме $y = 2 - (1 - x) \Rightarrow x = -1$ т.е. А(-1;0) Отг. в)

6 зад $BK + r = 2r \Rightarrow r = 13$ см. $AK = \frac{1}{2} BO$ и $CK = \frac{1}{2} BO \Rightarrow AK = CK = r \Rightarrow P = 4 \cdot 13 = 52$ см.

7 зад. Заместваме с корените и решаваме системата:
$$\begin{cases} a + b = -5 \\ 25a + 15b = -45 \end{cases} \quad a = 3 \text{ и } b = -8 \quad \text{Отг } 11$$

8 зад. Решава се квадратното уравнение и единият му корен е 30. Разлага се на прости множители и числата са 2, 3 и 5. Задачата може да се реши и само чрез разлагане на множители.

9 зад От $(a-b)^2 = \frac{ab}{2}$ се решава квадратното уравнение $2b^2 - 5ab + 2a^2 = 0$ и като се изразява b чрез a (a

играе роля на параметър). Корените му са: $b_1 = 2a$ и $b_2 = \frac{a}{2}$ Понеже $a < b$, то остава $b_1 = 2a$ и замествайки в

израза получаваме: $\frac{a - 2a}{a + 2a} = -\frac{1}{3}$

10 зад. $a = 12$ см. Диагонала разделя трапеца на два триъгълника, от които единият е равностранен, а другият е правоъгълен с ъгъл от 30° и b е катет срещу този ъгъл $b = 6$ см. $\Rightarrow \frac{a+b}{2} = 9$

11 зад. Изразяваме А и опростяваме израза $A : \frac{(2x-1)(2x+1)}{8(x-1)} = 1 - \frac{2x+1}{2x-1} \Rightarrow$

$$A : \frac{(2x-1)(2x+1)}{8(x-1)} = \frac{2x-1-2x-1}{2x-1} \Rightarrow A = \frac{2x+1}{-4(x-1)} \Rightarrow A = \frac{2x+1}{4(1-x)}$$

12 зад. Нека $\sphericalangle BAC = x^\circ$ тогава голямата дъга $BC = 2x$ а малката $BAC = 360^\circ - 2x$ От уравнението $42^\circ = (2x - (360^\circ - 2x)) : 2$ намираме $x = 111^\circ$

13 зад. Нека x са парите на ден на Иванчо, а y на Марийка.
$$\begin{cases} x + y = 17,10 \\ 3x + 1,2 = 4y \end{cases} \Rightarrow y = 7,50 \text{ лв}$$

14 зад. BD е медиана в правоъгълния $\triangle ABE$ и \Rightarrow е равна на $\frac{1}{2} AE$ и \Rightarrow е равна на средната отсечка,

успоредна на AE . Точка Q е среда на BD , а точка M разделя медианата в отношение 2:1, от където \Rightarrow

$$BD = 2BQ \Rightarrow BD = 2\left(\frac{1}{3}BD + 1\right) \Rightarrow BD = 6 \text{ см.}$$

15 зад. Съставяме уравнение за времето, като означим с x хоризонталния път, а с y наклона и намираме, че:

$x/4 + y/3 + y/6 + x/4 = 5 \Rightarrow x + y = 10$ км. За промяната отбелязваме със z скоростта му надолу получаваме уравнението $x/5 + y/4 + y/z + x/5 = 4 \Rightarrow 2/5 \cdot x + (1/4 + 1/z)y = 4 \Rightarrow$ За да бъде $x + y = 10$ трябва коефициентите пред x и y да бъдат $2/5$ т.е. $1/4 + 1/z = 2/5 \Rightarrow z = 20/3$ увеличение на скоростта с $2/3$ км/ч.