СМБ – Секция "Изток"

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 15.12.2019 г.

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор от четири възможни. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан правилен резултат. Задачите са разпределени на групи по трудност: от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки; от 4 до 6 – с по 5 точки и от 7 до 9 – с по 7 точки. Задача 10 се решава и описва подробно. Оценява се с 15 точки. Максималният брой точки е 60. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име…………………………………………...училище……………….........................град………..........

1 зад. Числата $8+3\sqrt{7}$ и $8-3\sqrt{7}$ са:

а) рационални б) равни в) реципрочни г) ирационални.

2 зад. Дължините на страните на ΔABC се отнасят както 2:5:6. Периметърът на триъгълника с върхове средите на страните на ΔABC е 26 см. Намерете дължината на най-малката страна на ΔABC.

а) 4 см б) 8 см в) 2 см г) 24 см.

3 зад.Кое е решението на уравнението $\frac{1}{84}-\frac{7x-1}{-7}-\frac{2x+1}{28}=\frac{5}{12}(x+2)-1$:

а) 0 б) 4 в) 1 г) -1.

4 зад. Ако $a<0$, а $b\geq 0$, кое от равенствата НЕ е вярно?

а) $ab^2=\sqrt{a^2b^4}$ б) $2\sqrt{2a^4b^2}=\sqrt{8}\,a^2b$ в) $\sqrt{27a^2b}=3|a|\sqrt{3b}$ г) $5a^4b^4=a^2\sqrt{25a^4b^8}$.

5 зад. Отсечката MT е разделена на 6 равни части чрез точките N,P,Q,R,S ,започвайки от т M .Вярно е, че:

а) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{RS}$ и $\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{SQ}$ б) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MQ}$ и $\overrightarrow{PR}=2\overrightarrow{RS}$ в) $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{SR}$ и $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{NM}$ г) друг отговор.

6 зад. Стойността на израза $\sqrt{125}+\frac{2}{3}\sqrt{45}-\left(\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{3}{5}}\right)\sqrt{15}$ е :

а) $\sqrt{5}$ б) $5\sqrt{5}-3$ в) $2\sqrt{5}+3$ г) друг отговор.

7 зад В състезание по математика участват 30 състезатели. По колко различни начина може да се състави отбор за международно състезание от 6 участника, като 1 от тях е капитан?

а) $30C_{30}^5$ б) $30C_{29}^5$ в) $30V_{29}^5$ г) друг отговор.

8 зад. Ако острият ъгъл на равнобедрен трапец е равен на 60° , а бедрото му е 10 см, то разстоянието между средите на диагоналите е :

а)2 см б) 10 см в) 7,5 см г) друг отговор.

9 зад.Диагоналите на успоредника ABCD се пресичат в т. О. Върху страната CD е взета точкаи N, така, че CN:ND=3:4. Ако $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$; $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, изразете чрез $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторът $\overrightarrow{NO}$:

а) $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{7}\vec{b}$ б) $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{7}\vec{b}$ в) $-\frac{1}{14}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ г) друг отговор.

10 зад. Даден е трапец $ABCD(AB\,||\,CD)$. Точката P дели бедрото на трапеца AD в отношение 1:2, считано от върха А. През точка P е построена права, успоредна на AB , която пресича диагоналите AC и BD съответно в точки M и N . Ако $AB=a$ и $CD=b\,(a>b)$, да се намери MN .

<u>Отговори:</u>

1 зад.	2 зад.	3 зад.	4 зад.	5 зад.	6 зад.	7 зад.	8 зад.	9 зад.
в	**б**	**а**	**а**	**б**	**г)** $3\sqrt{5}-3$	**б**	**г) 5 см**	**в**

<u>10 зад.</u> Отг.: $MN=\frac{2a-b}{3}$

Решение:

Построяваме през т. Q (среда на правата PD), права успоредна на AB, пресичаща диагоналите AC и BD съответно в точките F и L - **2 т**

За определяне на средните отсечки $PM=x$ в ΔAFQ – **2т.** и $QF=2x$ в трапеца $PMCD$ и $2x=\frac{x+b}{2}$ **-2 т.**

От тук $x=\frac{b}{3}$ -1 т.

Аналогично $QL=y$ средна отсечка в ΔPND - 2т., $PN=2y$ в трапеца $ABLQ$ и $2y=\frac{a+y}{2}$ **-2 т.**

От тук $y=\frac{a}{3}$ **-1т**

Но $MN=PN-PM=2y-x=\frac{2a}{3}-\frac{b}{3}$ **-2 т.**

Получаваме $MN=\frac{2a-b}{3}$ **- 1т.**

.