

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име.....училище.....град.....

Зад. 1. На коледно тържество в училище всеки от 8^б клас се е ръкувал с всеки друг от същия клас по веднъж. Регистрирани са 78 ръкувания между момчета и 91 – между момичета. Колко са ръкуванията между момче и момиче?

- а) 27 б) 182 в) 91 Г) друг отговор

Зад. 2. Стойността на израза $(\sqrt{27} + \sqrt{0,48} - \sqrt{1,47}) : \sqrt{3} + (\sqrt{28} + \sqrt{0,0175})\sqrt{7}$ е:

- а) 17,05 б) 14,35 в) 2,7 Г) друг отговор

Зад. 3. Сборът на по-малките корени на уравненията $x^2 = 13$; $3y^2 - y - 1 = 0$ е:

- а) $\frac{5\sqrt{13} + 1}{6}$ б) $\frac{1}{6}$ в) $1 - 2\sqrt{13}$ г) друг отговор

Зад. 4. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) е прекарана височината CD ($D \in AB$).

Върху CD е взета точката E така, че $CE : ED = 1 : 2$. Правата през A и E пресича BC в точката F .

Ако $CF = 2$ см, то дължината на BC е:

- а) 6 б) 8 в) 10 г) друг отговор

Зад. 5. Сумата $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008} + \sqrt{2009}} + \frac{1}{\sqrt{2009} + \sqrt{2010}}$ е равна на:

- а) $1 - \sqrt{2010}$ б) $1 - \frac{1}{\sqrt{2010}}$ в) $1 + \frac{1}{\sqrt{2010}}$ г) друг отговор

Зад. 6. $ABCD$ е квадрат със страна a , M е средата на CD , а N е пресечната точка на AC и BM . Лицето на ΔABN е:

- а) $\frac{a^2}{4}$ б) $\frac{a^2}{3}$ в) $\frac{2a^2}{3}$ г) друг отговор

Зад. 7. Числената стойност на израза $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$ е:

- а) $4(\sqrt{5} - 2)$ б) $2(\sqrt{5} - 2)$ в) 0 г) друг отговор

Зад. 8. В склад се съхранявали 100 кг краставици, които съдържат 99 % вода. От съхранението водата в краставиците намаляла на 98 %. Колко килограма краставици е имало в склада след съхранението?.

- а) 99 кг б) 98 кг в) 90 кг г) друг отговор

Зад. 9. В триъгълника ABC точките M и N са среди съответно на страните AC и BC , а точките P и Q делят страната AB на три равни части, като P е между A и Q . Ако $MP = NQ$, то ΔABC е:

- а) равнобедрен б) равностранен в) разностранен г) друг отговор

Зад. 10. Дадено е уравнението $2x^2 - (2k - 5)x + k - 3 = 0$, където k е реален параметър.

За кои стойности на k :

а) Числото (-3) е корен на уравнението.

б) Сборът от квадратите на корените му е равен на $\frac{5}{16}$?

ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. б); Зад. 2. а); Зад. 3. г) $\left(\frac{1-7\sqrt{13}}{6}\right)$; Зад. 4. в); Зад. 5. г) $\sqrt{2010}-1$; Зад. 6. б); Зад. 7. а);

Зад. 8. г) 50; Зад. 9. а) Зад. 10. а) 0; б) $\frac{11}{4}; \frac{13}{4}$

Кратки решения:

Зад. 1. Нека x са броя на момчетата, а y броя на момичетата. Ръкуванията само между момчетата са: $\frac{x(x-1)}{2} = 78 \Rightarrow x = 13$. Ръкуванията само между момичетата са $\frac{y(y-1)}{2} = 91 \Rightarrow y = 14$. Ръкуванията между момче и момиче са $x \cdot y = 13 \cdot 14 = 182$

Зад. 2. $\left(3\sqrt{3} + \frac{4}{10}\sqrt{3} - \frac{7}{10}\sqrt{3}\right) : \sqrt{3} + \left(2\sqrt{7} + \frac{5}{100}\sqrt{7}\right) \cdot \sqrt{7} = 3 + \frac{4}{10} - \frac{7}{10} + 2 \cdot 7 + \frac{5}{100} \cdot 7 = 17,05$

Зад. 3. $x_{1,2} = \pm\sqrt{13}$; $y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6} \Rightarrow x_2 + y_2 = -\sqrt{13} + \frac{1 - \sqrt{13}}{6} = \frac{1 - 7\sqrt{13}}{6}$

Зад. 4. Нека T, P е такава, че $DP = PE$ и през точките P и D прекарваме отсечките PQ и DR успоредни на AF . Отсечката EF е средна отсечка в $\Delta PQC \Rightarrow CF = FQ = 2$. Отсечката PQ е средна основа на трапеца $DRFE$ и $QR = FQ = 2$ см. Тъй като ΔABC е равнобедрен, то $AD = DB \Rightarrow DR$ е също средна отсечка в ΔAFB и $BR = RF = 4$ см. Следователно $BC = 10$ см.

Зад.5. Сумата

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008+\sqrt{2009}}} + \frac{1}{\sqrt{2009+\sqrt{2010}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{\sqrt{1-\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009+\sqrt{2010}}} \cdot \frac{\sqrt{2009-\sqrt{2010}}}{\sqrt{2009-\sqrt{2010}}} = \sqrt{2010} - 1$$

Зад. 6. Точка N е на равни разстояния от страните CM и BC , но $BC = 2CM \Rightarrow S_{BCN} = 2S_{CMN}$.

$$S_{BCM} = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow S_{BCN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}a^2 = \frac{a^2}{6}. S_{ABN} = S_{ABC} - S_{BCN} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{6} = \frac{a^2}{3}$$

Зад. 7. $\sqrt{9-4\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}+2} = \sqrt{5-2 \cdot 2\sqrt{5}+4} + \frac{3(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2 + 3(\sqrt{5}-2) = 4(\sqrt{5}-2)$

Зад. 8. От 99 % вода \Rightarrow 1% е сухо вещество краставици, което е 1 кг. Нека след съхранението краставиците са x кг, а сухото вещество е 2%. Следователно $2\% \cdot x = 1 \Rightarrow x = 50$ кг.

Зад. 9. От $CN = NB$ и $BQ = QP$, следва че NQ е средна отсечка в ΔBPC . От $AM = MC$ и $AP = PQ$, следва, че MP е средна отсечка в ΔAQC . Тогава $CP = 2NQ$ и $CQ = 2MP$, откъдето $CP = CQ$, т.е. ΔPQC е равнобедрен и $CT \perp PQ$, където T е средата на PQ . Но T е средата и на AB и $CT \perp AB$. Следователно CT е височина и медиана на триъгълника ABC , т.е. е равнобедрен.

Зад. 10. Дискриминанта $D = (2k-5)^2 - 8(k-3) = (2k-7)^2$ е точен квадрат и се анулира при $k = \frac{7}{2}$

а) Заместваме $x = -3$ в $2x^2 - (2k-5)x + k - 3 = 0 \Rightarrow 2(-3)^2 - (2k-5)(-3) + k - 3 = 0 \Rightarrow k = 0$

б) Корените на уравнението са $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = k - 3$. Тогава $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{4} + (k-3)^2 = \frac{5}{16} \Rightarrow k_1 = \frac{13}{4}; k_2 = \frac{11}{4}$.