

**Секция “Изток” – СМБ**  
**КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 13.12.2014 г.**  
**8 клас**

**Времето за решаване е 120 минути.**

**Регламент:** Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

**Организаторите Ви пожелават успех?**

Име.....училище.....град.....

**1 зад.** Сборът на корените на уравнението  $4x^2 + 5x - 9 = 0$  е:

- а) 4;                      б) -2,25;                      в) -1,25;                      г) друг отговор

**2 зад.** Стойността на израза  $\left( (\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}) \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right)^2$  е:

- а) 2;                      б)  $\sqrt{2}$ ;                      в)  $-\sqrt{2}$ ;                      г) друг отговор

**3 зад.** В правоъгълен трапец ABCD с лице  $S = 24\text{cm}^2$   $AD = CD$  и  $BC = AC$  средната основа е:

- а) 5см.;                      б) 4см.;                      в) 6см.;                      г) друг отговор

**4 зад.** Стойността на израза  $\sqrt{6 + \sqrt{3 + 3\sqrt{4}}} \cdot \sqrt{\frac{3^{n-2}}{3^n}}$  е:

- а) 0;                      б) 1;                      в)  $\frac{1}{3}$ ;                      г) друг отговор

**5 зад.** Средната отсечка на трапец е 10см. и един от диагоналите му дели средната отсечка на части, разликата на които е 4см. Основите на трапеца са:

- а) 14 и 6см.;                      б) 12 и 8см.;                      в) 15 и 5см.;                      г) друг отговор

**6 зад.** Учениците от един 8 клас се поздравили за Коледа, като всеки изпратил по един поздрав до всеки от своите съученици. Поздравите изпратените по скайп били 552. Броят на учениците от класа е:

- а) 22;                      б) 23;                      в) 26;                      г) друг отговор

**7 зад.** За числата  $A = \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ;  $B = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  и  $C = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  вярно е:

- а)  $A > C > B$                       б)  $A > B > C$                       в)  $B > A > C$                       г) друг отговор

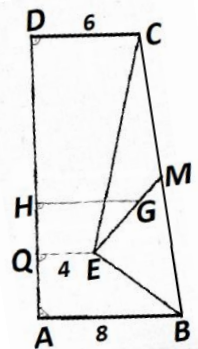
**8 зад.** Стойността на израза  $\sqrt{9 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$  е:

- а) 2;                      б) 1;                      в) 3;                      г) друг отговор

**9 зад.** Разстоянието от дома до училището Иван изминава за 20 минути пеша и за 4 минути с велосипед. Ако за всяка секунда с велосипед изминава с 4 метра повече отколкото пеша, то разстоянието до училището е:

- а) 0,9км;                      б) 1,5км;                      в) 1,4км;                      г) друг отговор

**10 зад.** В правоъгълния трапец ABCD с основи  $AB=8\text{cm}$ . и  $CD=6\text{cm}$ . точка E е вътрешна и е на разстояние 4 см. от AD, точка M е среда на BC и точка G е медицентър на  $\triangle BCE$ . Да се намери разстоянието от медицентъра G до AD.



Отговори: 1 – в); 2 – г) 1; 3 – в); 4 – б); 5 – а); 6 – г) 24; 7 – в); 8 – а); 9 – г) 1,2км.

### Решения:

1 зад. Корените на уравнението  $4x^2 + 5x - 9 = 0$  са  $x_1 = 4$  и  $x_2 = -9$   $x_1 + x_2 = -5$

$$2 \text{ зад. } \left( (\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}) \left( \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right)^2 = (4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2 \left( \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = (\sqrt{2})^2 \frac{(2-1)^2}{(\sqrt{2})^2} = 1;$$

$$3 \text{ зад. } CD = h \text{ и } AB = 2h \quad S = \frac{3h}{2} \cdot h \quad 24 = \frac{3h}{2} \cdot h \quad h^2 = 16 \Rightarrow h = 4$$

$$4 \text{ зад. } \sqrt{6 + \sqrt{3 + 3 \cdot 2}} \cdot \sqrt{\frac{3^n \cdot 3^{-2}}{3^n}} = \sqrt{6 + 3} \sqrt{\frac{1}{3^2}} = \frac{3}{3} = 1$$

5 зад.  $\frac{a+b}{2} = 10$  и  $\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = 4 \Rightarrow a = 14$  и  $b = 6$  см. Втори начин: Ако с  $x$  означим едната основа, то другата е  $20 - x$  и от средните отсечки в двата триъгълника получени от диагонала се съставя уравнението:  $\frac{x}{2} - \frac{20-x}{2} = 4 \quad x - 20 + x = 8 \quad x = 14$  см. и другата основа е 6 см.

6 зад. Ако с  $x$  означим учениците, то всеки е изпратил  $x - 1$  поздрав  $x(x - 1) = 552$  Решението на уравнението  $x^2 - x - 552 = 0$  е с корени 24 и -23 т.е. учениците са 24

$$7 \text{ зад. } A = \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$B = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad C = \sqrt{3} - \sqrt{2} \Rightarrow B > A > C$$

$$8 \text{ зад. } \sqrt{9 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{2}} = \\ = \sqrt{8 + 2\sqrt{8} + 1} - \sqrt{8 - 2\sqrt{8} + 1} = \sqrt{(\sqrt{8} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{8} - 1)^2} = \sqrt{8} + 1 - \sqrt{8} + 1 = 2$$

9 зад. Ако с  $x$  означим разстоянието от дома до училището скоростта на Иван пеша е  $V_n = 3x$  км/ч, а с велосипед е  $V_v = 15x$  км/ч в метри в секунда са  $\frac{5x}{6}$  и  $\frac{25x}{6}$  т.е уравнението е  $\frac{25x}{6} - \frac{5x}{6} = 4$  откъдето намираме, че  $x = 1,2$  км

10 зад. Точка М среда на ВС и МР средна отсечка в трапеца ABCD

$\Rightarrow MP = 7$  см.  $\rightarrow 2$  точки

Точките G и L делят медианата EM на 3 равни части и ако отбележим GH с  $x$  от трапеца GHQE изразяваме:

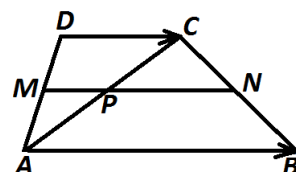
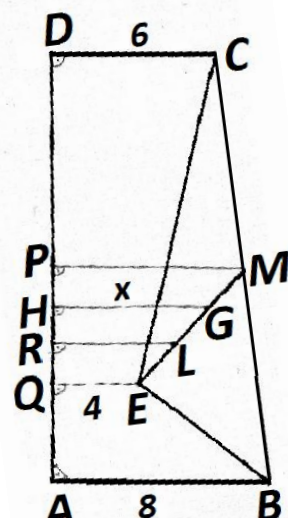
$$LR = \frac{x + 4}{2} \rightarrow 5 \text{ точки}$$

От трапеца MPRL изразяваме  $x$  като средна отсечка

$$\text{и получаваме уравнението: } x = \left( \frac{x + 4}{2} + 7 \right) : 2 \rightarrow 6 \text{ точки}$$

$x = GH = 6$  см  $\rightarrow 2$  точки

Допълнителни задачи:



В трапеца  $ABCD$  точките  $N$  и  $M$  се съответно среди на страните  $BC$  и  $AD$ , а точка  $P = AC \cap MN$ . Ако

$\frac{MP}{PN} = \frac{3}{5}$  векторът  $\overrightarrow{AB}$  изразен чрез  $\overrightarrow{DC}$  е:

а)  $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{3}\overrightarrow{DC}$  ;      б)  $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{DC}$  ;

в)  $\overrightarrow{AB} = \frac{7}{4}\overrightarrow{DC}$  ;      г) друг отговор