КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. "Друг отговор " се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех?

Име…………………………………………………….училище……................………град…………...

Зад. 1. След опростяване на израза $2\sqrt{3}\left(\sqrt{48}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}\sqrt{108}\right)$ се получава:

а) 21 б) 33 в) 171 г) друг отговор

Зад. 2. Абсолютната стойност на разликата на корените на уравнението $4x^2 - 24x + 35 = 0$ е:

а) $\frac{1}{4}$ б) $\frac{1}{2}$ в) 1 г) друг отговор

Зад. 3. Страните на триъгълник имат дължини 6 см, 8 см и 10 см. Дължините на колко от средните му отсечки са решения на неравенството: $(x-1)^2 + 3x - x^2 - 4 > 0$

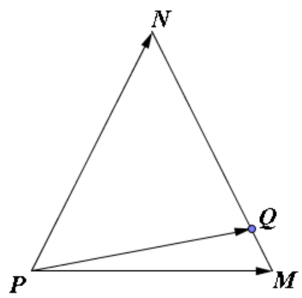
а) нито една б) две в) три г) друг отговор

Зад. 4. Успоредник $ABCD$ има обиколка 82 см, а DL и CM са ъглополовящи съответно на $\angle ADC$ и $\angle BCD$ (DL и CM се пресичат вътре в успоредника). Ако $LB = 7$ см, то ML е равна на:

а) 7 см б) 10 см в) 21 см г) друг отговор

Зад. 5. За футболно първенство са проведени общо 120 мача, като всеки отбор играе по един мач с всеки от останалите. Колко отбора са участвали в първенството?

а) 14 б) 15 в) 20 г) друг отговор



Зад. 6. На чертежа MQ : QN = 1 : 5, $\overrightarrow{PM} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{PN} = \vec{n}$. Вектор $\overrightarrow{PQ}$ е равен на:

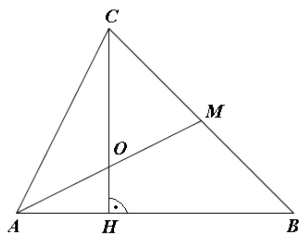
а) $\frac{1}{5}(\vec{m}+\vec{n})$ б) $\frac{1}{6}(\vec{m}+5\vec{n})$ в) $\frac{1}{6}(5\vec{m}+\vec{n})$ г) друг отговор

Зад. 7. Кое е най-малкото цяло число, по-голямо от $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{12+8\sqrt{2}}$?

а) – 4 б) – 5 в) – 6 г) друг отговор

Зад. 8. Произведението от корените на уравнението $(2x+1)^2 - 3(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = 4$ е:

а) – 4 б) – 3 в) 4 г) друг отговор



Зад. 9. На чертежа височината CH на ΔABC минава през средата O на медианата AM. Ако лицето на ΔABC е 36 см^2, то лицето на ΔAOH е равно на:

а) 3 см^2 б) 6 см^2 в) 9 см^2 г) друг отговор

Зад. 10. Дадено е уравнението $(2k-5)x^2 - 2(k-1)x + 3 = 0$.

а) Да се определи за кои стойности на параметъра k уравнението има един корен;

б) Да се реши уравнението за $k = p + q + \frac{2}{\sqrt{2}}$, ако $p = \frac{5}{\sqrt{75}+\sqrt{50}}$, а

$$q = \sqrt{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

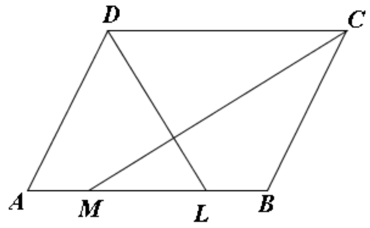
ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. а); Зад.2. в); Зад.3. б); Зад.4. б); Зад.5. г) 16; Зад.6. в); Зад.7. а); Зад.8. г) 3; Зад.9. а);

Зад. 1. $2\sqrt{3}\left(\sqrt{48}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}\sqrt{108}\right)=2\sqrt{3}\left(4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\frac{3}{4}.6\sqrt{3}\right)=2.\sqrt{3}.(3,5.\sqrt{3})=7.3=21$

Зад. 2. $4x^2-24x+35=0$, $x_1=\frac{7}{2}$, $x_2=\frac{5}{2}\Rightarrow\left|x_1-x_2\right|=\left|\frac{7}{2}-\frac{5}{2}\right|=1$

Зад. 3. Дължини на средните отсечки са съответно 3 см, 4 см и 5 см. Решенията на неравенството $(x-1)^2+3x-x^2-4>0$ са $x>3$ следователно две от средните отсечки са решение на неравенството.



Зад. 4. ΔMBC равнобедрен следователно $BM=BC=a\Rightarrow ML=a-7$
ΔALD равнобедрен следователно $AL=AD=a\Rightarrow b=a+7\Rightarrow a=17$
$\Rightarrow ML=10$

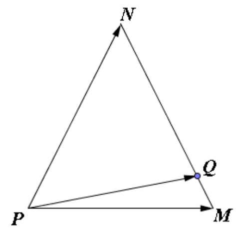
Зад. 5. Ако броят на отборите е x броя на изиграните мачове е $\frac{x(x-1)}{2}=120$, $x_1=16$ или $x_2=-15$

Броят на отборите е 16.

Зад. 6.

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}(\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN})=$$

$$=\overrightarrow{PM}-\frac{1}{6}\overrightarrow{PM}+\frac{1}{6}\overrightarrow{PN}=\frac{1}{6}\left(5\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)=\frac{1}{6}\left(5\vec{m}+\vec{n}\right)$$



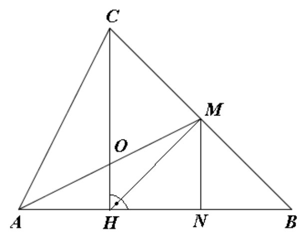
Зад. 7.

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{12+8\sqrt{2}}=\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}-2\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}=\left|1-\sqrt{2}\right|-2.(1+\sqrt{2})=\sqrt{2}-1-2-2\sqrt{2}=-3-\sqrt{2}<-4$$

Зад. 8.

$$(2x+1)^2-3\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=4$$
$$4x^2+4x+1-3x^2+6=4$$
$$x^2+4x+3=0$$
$$x_1=-1; x_2=-3; x_1.x_2=3;$$

Зад. 9. $S_{\Delta AOH}=\frac{AH.OH}{2}$



Ако $MN\perp AB\Rightarrow MN$ е средна отсечка в $\Delta BHC\Rightarrow MN=\frac{1}{2}CH$

OH средна отсечка в $\Delta ANM\Rightarrow OH=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{4}CH$ и H е среда на AN.

HM – медиана към хипотенузата на правоъгълен триъгълник $\Delta BHC\Rightarrow$

ΔBHM – *равнобедрен* $\Rightarrow N$ е среда на HB, следователно $AH=\frac{1}{3}AB$

$$S_{\Delta AOH}=\frac{AH.OH}{2}=\frac{\frac{1}{3}AB.\frac{1}{4}AH}{2}=\frac{1}{12}S_{\Delta ABC}=\frac{1}{12}.36=3cm^2$$

Зад. 10. а) За $\kappa=2,5$ уравнението е линейно и има един корен *2 точка*
За $\kappa=4$ D = 0 и уравнението има един двоен корен *3 точки*

б) За намиране на $p=\frac{5}{\sqrt{75}+\sqrt{50}}=\frac{5}{5\sqrt{3}+5\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ *2 точки*

За намиране на $q=\sqrt{3}-\left|1-\sqrt{3}\right|-\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}=\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-1=-\sqrt{3}$ *3 точки*

За намиране на за $k=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=0$ *1 точка*

За получаване на квадратното уравнение и намиране на решенията му

$-5x^2+2x+3=0$

$x_1=1, x_2=-\frac{3}{5}$ *4 точки*