СМБ – Секция"ИЗТОК"

ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 16.04.2011

8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент : Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор . "Друг отговор" се приема за решение само при отбелязан верен резултат . 15 тестови задачи са разделени на групи по трудности : от 1 до 5 се оценяват с по 3 точки ; от 6 до 10- с по 5 точки и от 11 до 15 – с по 7 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име…………………………………………………..училище………………..град…………...

1 зад. Корените на уравнението $x^2 - 3x - 4 = 0$ са:

а) 3 и 4   б) 4 и 2   в) 4 и –1   г) друг отговор

2 зад. Дължините на страните на триъгълник са прости числа и две от тях са 7 и 13. Какъв е триъгълник, ако дължината на третата му страна е едноцифрено число?

а) равностранен   б) равнобедрен   в) правоъгълен   г) друг отговор

3 зад. Решете системата: $\left|\begin{array}{l}(x+2).(y-3) = xy \\ (x-1).(y+3) = xy\end{array}\right.$

а) (3; 11)   б) (2 ; 9)   в) (4 ; 7)   г) друг отговор

4 зад. Ако $a^2 = 2 - a$, то a^3 е равно на:

а) 1   б) $8;-1$ в) –8; 1   г) друг отговор

5 зад. Триъгълникът ABC е допълнен до успоредник $ABDC$. Ако G е медицентър на ΔABC и $AG = 4$ см, намерете дължината на диагонала AD.

а) 10   б) 12   в) 16   г) друг отговор

6 зад. Да се реши двойното неравенство: $-4x \le 11x - 12 < 3x$

а) $x \in \left(\frac{2}{3};\frac{3}{4}\right)$ б) $x \in \left[\frac{3}{5};\frac{3}{2}\right]$ в) $x \in \left[\frac{4}{5};\frac{3}{2}\right)$ г) друг отговор

7 зад. Изразът $\sqrt{125} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \sqrt{21.8.7.6} + 4\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2}$ е равен на:

а) $8\sqrt{5} + 78$ б) $72 + 5\sqrt{5}$ в) 86   г) друг отговор

8 зад. В правоъгълен триъгълник един от ъглите е равен на 15°, а хипотенузата е равна на 12 см. Да се намери разстоянието от медицентъра на триъгълника до хипотенузата.

а) 3 см   б) 2 см   в) 1 см   г) друг отговор

9 зад. Намерете стойностите на параметъра k, за които уравнението $(k+1)x^2 + x - 1 = 0$ има два различни реални корена.

а) $k \ne 0$ б) 0<k<1   в) $k > 5/4$ г) друг отговор

10 зад. Точките *A*, *B*, *C*, *D* в посочения ред лежат върху окръжност с център *O*. Дадени са мерките на следните ъгли: $\angle ABO = 40^\circ, \angle BCO = 30^\circ, \angle DAO = 55^\circ$. Мярката на $\angle COD$ е равна на:

а) 70° б) 80° в) 100° г) друг отговор

11 зад. Даден е равнобедрен трапец $ABCD\left(AB \| CD, AB > CD\right)$. Диагоналът BD разполовява $\angle B$, а двата диагонала разделят средната основа на три равни части. Ако бедрото на трапеца е равно на 3 см, да се намери периметъра му.

а) 15 см   б) 12 см   в) 24 см   г) друг отговор

12 зад. Числата a и b удовлетворяват три от написаните равенства $a - b = 43, a + b = 63, a.b = 392, \frac{a}{b} = 8$, но не удовлетворяват четвъртото. Числото a е равно на:

а) 53   б) 7   в) 56   г) друг отговор

13 зад. Точката P лежи на страната CD на успоредника ABCD. Точките M и N са среди съответно на отсечките AP и BD. Намерете отношението DP:PC, ако MN:AB=1:4.

а) 1:2   б) 1:1   в) 1:3   г) друг отговор

14 зад. Дадени са функциите $f(x) = (3x-1)(3x+1) - (1-3x)^2$ и $g(x) = a(x-2)^2 - a(x-2)(x+2) + 5$

Определете a , така че уравненията $f\left(x + \frac{1}{2}\right)$=0 и $g(3x) = 1$ да са еквивалентни.

а) – 1 / 3   б) 3 / 4   в) – 2 / 5   г) друг отговор

15 зад. Опростете израза: $\frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{-a} + \sqrt{-b}}$

а) $a - b$ б) $\sqrt{-a} - \sqrt{-b}$ в) 2   г) друг отговор

Отговори 8 клас:

1в; 2б; 3г (4;9); 4в; 5б; 6в; 7а; 8в; 9г k∈(-1,25 ; -1)∪(-1;+∞)**; 10а; 11а; 12в; 13б; 14в;**

15 г $-\left(\sqrt{-a}+\sqrt{-b}\right)$**.**

Решения:

2 зад. третата страна е по-голяма от 6 и едноцифрено просто число $\Rightarrow$ е равна на 7

3 зад. непосредствено

4 зад. $a^2 = 2-a \Rightarrow a^2+a-2=0 \Rightarrow a_1=1, a_2=-2$

5 зад. зад Ако O е пресечна точка на диагоналите на успоредника ABDC, AO е медиана в ΔABC и $AO=\frac{3}{2}AG=6$ см $\Rightarrow AD=12$ см.

6 зад. Двойното неравенство се представя като система линейни неравенства, която се решава непосредствено.

7 зад. Упътване: Трябва да се има впредвид, че: $\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2}=\left|1-\sqrt{5}\right|=\sqrt{5}-1$

8 зад. Нека триъгълника е ABC $(\angle C=90°, \angle B=15°)$, като CH е височина към хипотенузата, G е медицентър на триъгълника, а GP е перпендикуляр към страната AB. Тогава $CH=\frac{1}{4}AB=3$ см и $GH=\frac{1}{3}CH=1$ см

9 зад k≠1 D>0, D=5+4k ⇒ k>-1,25 ⇒ k∈(-1,25 ; -1)∪(-1;+∞)

10 зад. Като се има впредвид, че триъгълниците AOB,BOC и AOD са равнобедрени
$\angle AOD=70°$ $\angle AOB=100°$ $\angle BOC=120°$ и $\angle COD=360°-(70°+100°+120°)=360°-290°=70°$.

11 зад. Упътване: $\angle ABD=\angle CBD, \angle ABD=\angle BDC \Rightarrow \Delta BDC$ **-** равнобедрен $(BC=CD)$ и $AB=2CD$.

12 зад.От I и II $\Rightarrow a=53; b=10$ но $53.10\neq 392; \frac{53}{10}\neq 8 \Rightarrow$ едното от I и II е грешно от III и IV $\Rightarrow a=8.b \Rightarrow 8.b^2=392 \Rightarrow b^2=49 \Rightarrow b=7; a=56 \Rightarrow$ I равенство не е вярно.

13 зад. В триъгълника APC M и N са среди съответно на AP и AC $\Rightarrow$ MN е средна отсечка и $MN=\frac{1}{2}PC$,но $MN=\frac{1}{4}AB$ и $AB=CD \Rightarrow PC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}CD \Rightarrow PC=DP \Rightarrow DP:PC=1:1$.

14 зад. $f(x)=6x-2$ $g(x)=-4ax+8a+5$

$f\left(x+\frac{1}{2}\right)=6x+1$ $6x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{6}$ $g(3x)=-12ax+8a+5$ $-12ax+8a+5=1$

$-3ax+2a+1=0$ при $x=-\frac{1}{6}$ $a=-\frac{2}{5}$.

15 зад. Очевидно $a<0, b<0$ Тогава $\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{-a}+\sqrt{-b}}=\frac{-\left(-a+2\sqrt{ab}-b\right)}{\sqrt{-a}+\sqrt{-b}}=$

$$\frac{-\left[\left(\sqrt{-a}\right)^2+2\sqrt{-a}\sqrt{-b}+\left(\sqrt{-b}\right)^2\right]}{\sqrt{-a}+\sqrt{-b}}=\frac{-\left(\sqrt{-a}+\sqrt{-b}\right)^2}{\sqrt{-a}+\sqrt{-b}}=-\left(\sqrt{-a}+\sqrt{-b}\right).$$