

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2016г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад 1. Ако числото $x = 3$ е корен на уравнението $x^2 - 5x + p = 0$, то стойността на p е равна на:

- а) -6 б) -3 в) 3 г) 6

Зад 2. Разликата на две положителни числа е 5, а разликата на вторите им степени е 95. Сборът на числата е равен на:

- а) 7 б) 12 в) 19 г) 90

Зад 3. Точки M и N са средите на страните BC и AC за равностранния $\triangle ABC$. Ако обиколката на триъгълника е 48 см, то обиколката на $ABMN$ е равна на:

- а) 40 см б) 96 см в) 32 см г) 24 см

Зад 4. В дефиниционната си област изразът $\frac{x^4 - 16}{x^3 - 4x}$ е тъждествено равен на:

- а) $\frac{x^3 - 16}{x^2 - 4}$ б) $\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$ в) $\frac{x^2 + 4}{x}$ г) друг отговор

Зад 5. В правоъгълна координатна система е построена точка $A(2, 4)$. Точките A_1, A_2 и A_3 са симетрични на точка A относно координатните оси и началото на координатната система. Лицето на четириъгълника с върхове A, A_1, A_2 и A_3 , в кв. мерни единици е:

- а) 16 б) 24 в) 48 г) друг отговор

Зад 6. Най-голямата целочислена стойност на променливата x , за която рационалният израз

$\left(\frac{x-2}{x^2-4x+4} - \frac{x-3}{x^2-4x+3} \right) : \sqrt{5-2x}$ е дефиниран, е равна на:

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 3

Зад 7. Ако е известно, че уравненията $x^2 - x + 3m = 0$ и $x^2 + 7x - m = 0$ имат общ корен, различен от нула, то този корен е равен на:

- а) 4 б) 5 в) 10 г) друг отговор

Зад 8. Знаем, че 2017 е просто число. Броят на естествените числа k , за които уравнението $x^2 + 4034x - k^2 = 0$ има рационални корени е:

- а) 0 б) 1 в) 2 г) друг отговор

Зад 9. В $\triangle ABC$ за ъглите е изпълнено $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$. AA_1 и CC_1 са височини, като $A_1 \in BC, C_1 \in AB$, а H е ортоцентър на $\triangle ABC$. Ако $AA_1 = 8$, то обиколката на $\triangle AC_1H$ е равна на:

- а) 8 б) 12 в) 16 г) друг отговор

Зад 10. Дадено е уравнението $x^2 - 7x + p = 0$

А) Определете стойностите на p , за които уравнението има два различни реални положителни корени

Б) Докажете, че при $p = 1$ уравнението има два различни реални положителни корени x_1 и x_2 и пресметнете стойностите на изразите $A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$, $B = x_1^2 + x_2^2$ и $C = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Отговори 9 клас

1.Г; 2.В; 3.А; 4.В 5. Г 32 6.А 7.Г (-5) 8.Б 9.В

Решение 10 зад.:

А) (5 точки) За да има реални различни и положителни корени са необходими и достатъчни

$$\text{условията: } \begin{cases} D > 0 \\ x_1 + x_2 > 0, \text{ за всяко неравенство по 1 точка} \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \quad \underline{3 \text{ точки}}$$

$$\text{Краен резултат } p \in \left(0; \frac{49}{4}\right) \quad \underline{2 \text{ точки}}$$

Б) (10 точки)

$$p = 1 \in \left(0; \frac{49}{4}\right) \text{ (може и с непосредствена проверка)} \quad \underline{1 \text{ точка}}$$

$$\text{От формулите на Виет } \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases} \quad \underline{1 \text{ точка}}$$

$$A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 7 \quad \underline{2 \text{ точки}}$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 49 - 2 = 47 \quad \underline{2 \text{ точки}}$$

$$C^2 = (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 7 + 2 = 9 \quad \underline{2 \text{ точки}}$$

$$C = \pm 3 \quad \underline{1 \text{ точка}}$$

$$C > 0 \Rightarrow C = 3 \quad \underline{1 \text{ точка}}$$