

Секция “Изток” – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011 г.

9 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, от 4 до 6 с по 5 точки и от 7 до 9 с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите желаят успех!

Име.....училище.....град.....

1. Сборът от корените на уравнението $(3x - 1)(x + 3) - (2x - 1)^2 = 16$ е:
а) 12 ; б) -12 ; в) 2 ; г) друг отговор .
2. Най-малкият корен на уравнението $|x - 3| - 3(x + 2) = 3$ е:
а) - 1,5; б) - 6; в) 0 ; г) друг отговор .
3. При откриване на учебната година 5 приятелки носят букети от общо 35 цветя. Ани и Боби носят общо 12 цветя, Ваня и Галя – общо 12 цветя, Боби и Ваня – общо 14 цветя, Галя и Дани – общо 16 цветя. Ани и Дани носят общо:
а) 12 цветя; б) 14 цветя; в) 16 цветя; г) друг отговор .
4. Страната BC на $\triangle ABC$ е разделена на 4 равни части и от всяка от точките на делене е построена отсечка, успоредна на AB, вторият край на която лежи на AC. Ако AB=9 cm, то сумата от дължините на тези 3 отсечки е:
а) 13,5 cm; б) 18 cm; в) 22,5 cm; г) друг отговор .
5. Уравнението $k^2x + kx^2 = 0$ има единствен корен при:
а) $k=0$; б) $k \in \emptyset$; в) всяко k ; г) друг отговор
6. Върху хипотенузата AB на правоъгълния триъгълник ABC е построен квадрат със страна AB и пресечна точка на диагоналите –точка O, като двете фигури са от различни страни на хипотенузата. Мярката на $\angle OCA$ е:
а) 30° ; б) 40° ; в) 45° ; г) друг отговор .
7. За кои стойности на k единият от корените на уравнението $x^2 - 6x + k^3 = 0$ е равен на квадрата на другия.
а) $k = -3$; б) $k = -2$; в) $k = 6$; г) друг отговор- $k = -3$ или $k = 2$.
8. Даден е изпъкнал четириъгълник ABCD. Вписаните в $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$ окръжности имат обща допирна точка с отсечката AC. Ако AB=6 cm, BC=3 cm и AD=7 cm, то дължината на CD е:
а) 2 cm; б) 4 cm; в) 10cm; г) друг отговор .
9. Сумата на всички цели стойности на n, за които числото $\frac{3n + 4}{n + 1}$ е цяло е:
а) -1; б) 0 ; в) - 2 ; г) друг отговор .
10. Върху страната AD на квадрата ABCD е взета точка M, различна от точките D и A. През M е прекарана права, която пресича диагонала BD и правата AB съответно в точките Q и P. Известно е, че MQ=CQ . Да се докаже, че точка Q е център на описаната около четириъгълника APCM окръжност и да се намери мярката на $\angle MPC$

Отговори 9 клас:

1.а); 2.а); 3.в); 4.а); 5. б); 6.в); 7.г) $k=-3$ или $k=2$; 8.б); 9.в).

Задача 10. Решение: Тъй като Q лежи на диаганала BD, то $AQ=CQ$ и $AQ=MQ$, т.е. $\triangle AQM$ е равнобедрен. Означаваме $\angle QAM=\angle QMA=\alpha$. Тогава $\angle BAQ=90^\circ-\angle QAM=90^\circ-\alpha$, а от правоъгълния $\triangle PAM$ следва, че $\angle APM=90^\circ-\angle PAM=90^\circ-\alpha$. Тогава $\triangle PQA$ е равнобедрен и $AQ=PQ$.

От $PQ=AQ=MQ=CQ$ следва, че точките P, A, M и C лежат на една окръжност и вписаните ъгли MPC и MAC са равни, т.е. $\angle MPC=\angle DAC=45^\circ$