

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

18 март 2017 г.

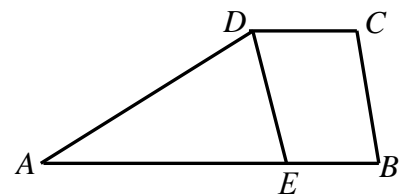
ТЕМА за 9–10 клас

След първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 задачи с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Какъв най-малък брой топчета трябва да извадим без да гледаме от кутия с 203 червени, 117 бели и 28 сини топчета, за да сме сигурни, че измежду извадените има 3 едноцветни?
 А) 3 В) 7 С) 203 Д) 320 Е) 321

2. Даден е трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Точката E е от страната AB така, че отсечката DE разполовява лицето на трапеца. Ако $AB=50$ и $CD=20$, да се намери дължината на отсечката AE .

А) 25 В) 30 С) 35 Д) 40 Е) 45



3. Една осма от гостите на една сватба са деца, а три седми от възрастните гости са мъже. Колко са възрастните жени на сватбата?

А) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{1}{3}$ С) $\frac{1}{5}$ Д) $\frac{3}{7}$ Е) $\frac{5}{8}$

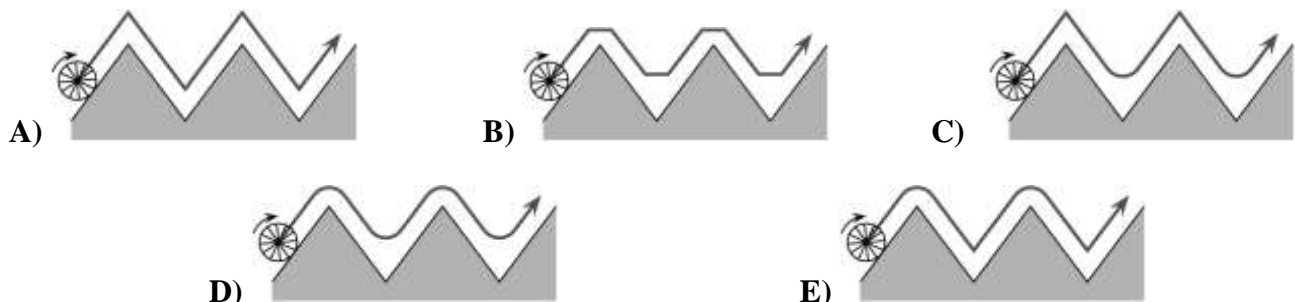
4. Кръг с радиус 1 се търкаля без триене по права линия от точката K до точката L .



Ако $KL=11\pi$, коя от посочените по-долу фигури изобразява кръга в крайната точка L на търкалянето?



5. Коя от картинките по-долу показва траекторията на центъра на колелото, което последователно се изкачва и спуска?



6. Колко естествени числа n притежават свойството: точно едно от числата n и $n+20$ е четирицифрено?

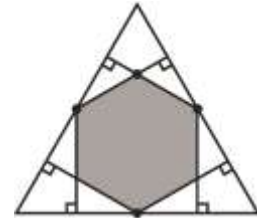
- A) 19 B) 20 C) 30 D) 38 E) 40

7. Сборът от квадратите на три последователни естествени числа е 770. Кое е най-голямото от тези числа?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

8. От средите на страните на равностранен триъгълник са спуснати шест перпендикуляра към страните му. Каква част от лицето на триъгълника е лицето на получения по този начин шестоъгълник, който е затъмнен на чертежа?

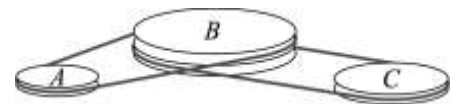
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$



9. Ценко си изготвя седмична програма за тичане. Той иска да тича в едни и същи три дни всяка седмица, но и да не тича в два последователни дни. По колко начина може Ценко да изготви програмата си?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. Ремъчна система предавки е съставена от дисковете A , B и C , които се въртят без приплъзване. Когато B прави 4 пълни оборота, A прави 5 пълни оборота, а когато B прави 6 пълни оборота, C прави 7 пълни оборота. Да се намери обиколката на A , ако обиколката на C е 30 см.



- A) 27 см B) 28 см C) 29 см D) 30 см E) 31 см

11. Четирима приятели са различно високи. Тошко е по-нисък от Виктор с толкова сантиметра, с колкото е по-висок от Перо, а Оги е по-нисък от Перо със същата разлика. Колко е висок Оги, ако Тошко е висок 184 см и средната височина на четиримата е 178 см?

- A) 180 см B) 170 см C) 160 см D) 164 см E) 174 см

12. По време на нашата почивка вали дъжд 7 пъти. Когато валише сутрин, следобедът беше слънчев, а ако валише следобед, сутринта беше слънчева. Имахме общо 5 слънчеви сутрини и 6 слънчеви следобеда. Колко дни е продължила почивката?

- A) 18 B) 13 C) 12 D) 11 E) 9

13. Четирима братовчеди са на различна възраст под 18 години. Намерете сбора от годините на четиримата, ако годините им са цели числа с произведение 882.

- A) 23 B) 25 C) 27 D) 31 E) 33

14. Показаната таблица 3×3 трябва да се попълни с числа така, че сборът на числата във всеки квадрат 2×2 да е един и същ. Три от клетките са вече попълнени. Кое число трябва да се постави на мястото на въпросителния знак?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) не е възможно да се определи

3		1
2		?

15. Двойката цифри a и b в този ред е записана последователно три пъти, при което е получено шестцифреното число \overline{ababab} . Това число се дели винаги на:

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

16. Седем естествени числа a, b, c, d, e, f и g са записани едно след друго в редица. Сборът им е 2017, а разликата на кои да е две съседни е 1. Кои от числата биха могли да са равни на 286?

- A) само a или g B) само b или f C) само c или e D) само d E) кое да е от тях

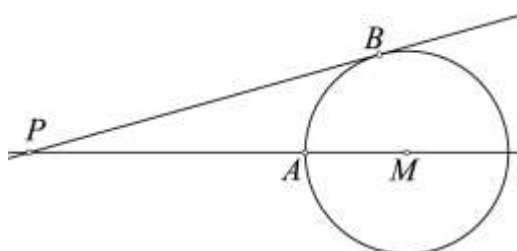
17. Разполагаме с две еднакви зарчета, върху стените на всяко от които са записани числата $-3, -2, -1, 0, 1$ и 2 . Хвърляме зарчетата и умножаваме числата върху горните им стени. Каква част от резултатите са отрицателни?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{11}{36}$

18. Аврам решил да си направи секретна комбинация от 7 цифри, като искал всяка цифра да се появява толкова пъти в комбинацията, колкото е стойността ѝ. При това искал еднаквите цифри да са разположени една до друга. Примери за такива комбинации са 4444333 и 1666666. Колко различни секретни комбинации може да си направи Аврам?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 5 E) 4

19. Дадени са окръжност с център M и точка A върху нея. Върху правата AM , външно за окръжността, е взета точка P , като дължината на отсечката PA е цяло число. Допирателната през P се допира до окръжността в точка B и $PB = PA + 6$. Да се намери броят на възможните стойности на дължината на радиуса на окръжността, ако тя е също цяло число.

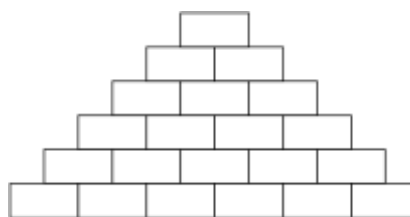


- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

20. Лиза събрала градусните мерки на ъглите на един изпъкнал многоъгълник, но пропуснала един от ъглите и получила 2017° . Колко градуса е пропуснатият ъгъл?

- A) 37° B) 53° C) 93° D) 123° E) 143°

21. Иво записва по едно естествено число в кутийките вдясно така, че всяко число е сбор на двете числа, намиращи се непосредствено под него. Колко нечетни числа най-много може да запише Иво?

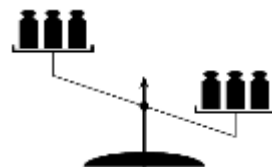


- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

22. 30 танцьори са застанали в кръг, обърнати с лице към центъра на кръга. При команда „завърти се“ някои от тях се завъртат наляво на 90^0 , а останалите – надясно на 90^0 . Всеки двама с лице един към друг си казват „Здравей“. Точно 10 от танцьорите си казали „Здравей“. Следва команда „кръгом“, при която танцьорите се завъртат на 180^0 и всеки двама с лице един към друг си казват „Здравей“. Колко танцьори са си казали „Здравей“ след втората команда?

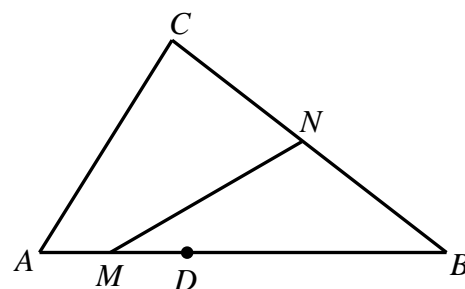
- A) 10 B) 20 C) 30 D) 15 E) не е възможно да се определи

23. Дадени са шест тежести в грамове: 101, 102, 103, 104, 105 и 106. Върху двете блюда на везна се поставят по три тежести по случаен начин. В колко процента от случаите тежестта от 106 грама е върху по-тежкото блюдо?



- A) 20 % B) 25 % C) 40 % D) 80 % E) друг отговор

24. Даден е триъгълник ABC ($AB > AC$) и точка D върху страната AB така, че $DB = AC$. Средите на отсечките AD и BC са означени съответно с M и N . Да се намери $\angle BAC$, ако $\angle BMN = 15^0$.



- A) 15^0 B) 30^0 C) 45^0 D) 60^0 E) 75^0

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурито задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Намерете броя на точките $M(x; y)$ с целочислени координати в правоъгълна координатна система в равнината, които изпълняват условието $|x| + |y| = 2$.

26. Естественото число n е 2017-цифрено и сборът от цифрите му е 18 153. Намерете най-големия прост делител на сбора от цифрите на числото $n + 2017$.