

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

22 март 2015 г.

ТЕМА за 11 и 12 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Адриана е родена през 1997 г., а нейната сестра Кристина – през 2001 г. Със сигурност разликата от годините на двете сестри е:

- A) по-малко от 4 години.
- B) поне 4 години.
- C) точно 4 години.
- D) повече от 4 години.
- E) не по-малко от 3 години.

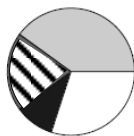
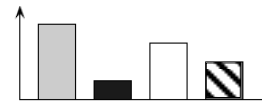
2. Стойността на израза $(a-b)^5 + (b-a)^5$ е равна на:

- A) 0 B) $2(a-b)^5$ C) $2a^5 - 2b^5$ D) $2a^5 + 2b^5$ E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

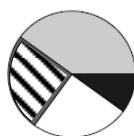
3. Колко решения има уравнението $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- A) 0 B) Безброй много C) 2 D) 1 E) 3

4. Диана начертала правоъгълна диаграма (хистограма) за количествата на четири дървесни вида, които били регистрирани по време на биоложка експедиция. Живко смята, че една кръгова диаграма би представила по-добре отношенията между дървесните видове. Коя от кръговите диаграми по-долу съответства на показаната вдясно хистограма?



A)



B)



C)



D)

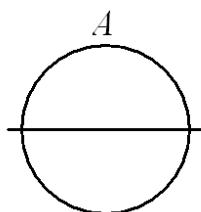


E)

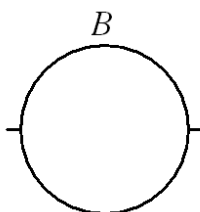
5. Събираме всичките 31 цели числа от 2001 до 2031 включително и делим сумата на 31. Колко получаваме?

- A) 2012 B) 2013 C) 2015 D) 2016 E) 2496

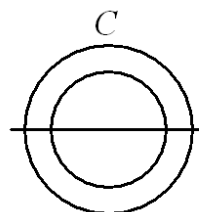
6. Колко от следващите фигури могат да се начертаят с непрекъснато движение без да се преминава два пъти по някоя част от съответната фигура с изключение на отделни точки?



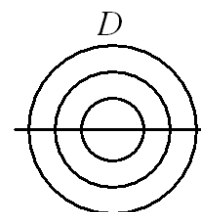
A) 0



B) 1



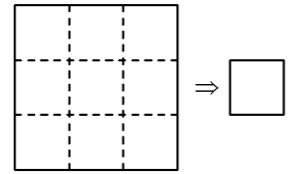
C) 2



D) 3

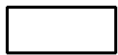
E) 4

7. Квадратен лист хартия се прегъва последователно по пунктираните линии в произволна посока, докато се получи единично квадратче. След това един от върховете на полученото квадратче се отрязва и листът се разгъва. Колко са дупките върху листа?

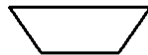


- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

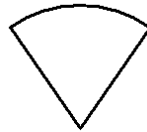
8. Чаша има форма на пресечен конус (вж. фигурата). Външната страна на чашата без дъното би могла да се покрие с цветна хартия. Каква форма е необходимо да има хартията, за да се покрие без препокриване външната страна на цялата чаша без дъното?



- A)
 правоъгълник



- B)
 трапец



- C)
 кръгов сектор

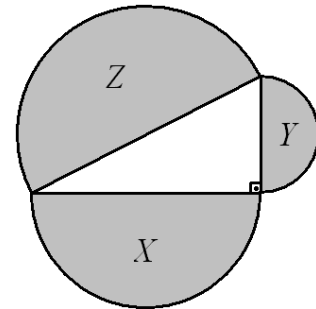


- D)
 лента с
 успоредни
 краища



- E)
 лента с
 неуспоредни
 краища

9. Диаметрите на три полукръга с лица X кв. см, Y кв. см и Z кв. см са страни на правоъгълен триъгълник, както е показано. Посочете вярната зависимост.



- A) $X + Y < Z$ B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ C) $X + Y = Z$
 D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ E) $X^2 + Y^2 = Z$

10. Кой от следващите списъци съдържа пълния брой остри ъгли, които може да притежава един изпъкнал четириъгълник?

- A) 0, 1, 2 B) 0, 1, 2, 3 C) 0, 1, 2, 3, 4 D) 0, 1, 3 E) 1, 2, 3

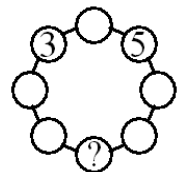
11. Стойността на израза $\sqrt{(2015+2015)+(2015-2015)+(2015 \cdot 2015)+(2015:2015)}$ е равна на:

- A) $\sqrt{2015}$ B) 2015 C) 2016 D) 2017 E) 4030

12. Абсцисната ос и графиките на функциите $f(x) = 2 - x^2$ и $g(x) = x^2 - 1$ разделят равнината на:

- A) 7 области B) 8 области C) 9 области D) 10 области E) 11 области

13. Елена иска да запише по едно число във всяко от кръгчетата на фигурата така, че всяко от числата да е равно на сумата от своите съседни. Кое число трябва да запише Елена в кръгчето, отбелязано с въпросителен знак?



- A) -5 B) -16 C) -8 D) -3 E) това е невъзможно

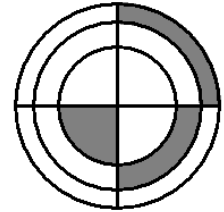
14. Дадени са различни положителни цели числа a , b , c , d и e , за които са изпълнени равенствата $c:e = b$, $a+b = d$ и $e-d = a$. Кое от числата a , b , c , d и e е най-голямо?

- A) a B) b C) c D) d E) e

15. Средно геометрично на n положителни числа се дефинира като n -ти корен от произведението на тези числа. Средното геометрично на три числа е 3, а средното геометрично на други три числа е 12. Кое е средното геометрично на всичките шест числа?

- A) 4 B) 6 C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{15}{6}$ E) 36

16. Дадени са три концентрични окръжности и два перпендикулярни диаметъра. Ако трите затъмнени фигури са равнолицеви и радиусът на най-малката окръжност е 1, намерете произведението от радиусите на трите окръжности.



- A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 6

17. Търговец продал две коли. За първата кола той получил с 40% повече, отколкото платил за нея, а за втората получил с 60% повече, отколкото платил за нея. Парите, които получил за двете коли, били с 54% повече, отколкото платил за тях. Намерете отношението на парите, платени от търговеца за първата кола, към парите, платени за втората.

- A) 10:13 B) 20:27 C) 3:7 D) 7:12 E) 2:3

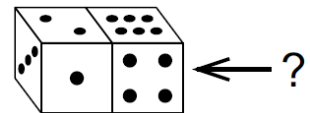
18. Боби има стандартен зар, върху страните на който са записани числата 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Тина има специален зар, върху страните на който са записани числата 2, 2, 2, 5, 5 и 5. Боби и Тина хвърлят еднократно своите зарове. Печели този, чийто зар показва по-голямо число. Ако двете числа са еднакви, резултатът е равен. Каква е вероятността да спечели Тина?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{11}{18}$

19. Кутия съдържа 2015 топчета за игра, върху които са записани по веднъж всички цели числа от 1 до 2015 включително. Топчетата са оцветени така, че тези с еднаква сума от цифрите на числата върху тях са едноцветни, а всеки две топчета с различни суми са с различни цветове. Колко са различните цветове на топчетата в кутията?

- A) 10 B) 27 C) 28 D) 29 E) 2015

20. Върху стандартен зар сумата от числата върху срещуположните стени е равна на 7. Два еднакви зара са поставени, както е показано на фигурата. Кое е числото върху невидимата стена на десния зар, отбелязана с въпросителен знак?



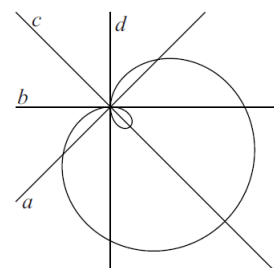
- A) само 5 B) само 2 C) може да е 2 или 5 D) може да е 1, 2, 3 или 5 E) може да е 2, 3 или 5

21. Дадена е таблицата за умножение на числата от 1 до 10. Да се намери сумата на всичките сто произведения в таблицата.

×	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
⋮	⋮				⋮
10	10	20	30	...	100

- A) 100 B) 2025 C) 2500 D) 3025 E) 5500

22. Показана е крива с уравнение $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$ спрямо правоъгълна координатна система xOy . Коя от правите a , b , c и d съвпада с ординатната ос Oy ?



- A) a B) b C) c D) d E) друг отговор

23. Когато четем следващите твърдения отляво надясно, кое е първото от тях, което е вярно?

- A) „С) е истина“ B) „А) е истина“ C) „Е) е лъжа“ D) „В) е лъжа“ E) „ $1+1=2$ “

24. Колко правилни многоъгълници съществуват, ъглите на които (в градуси) са цели числа?

- A) 17 B) 18 C) 22 D) 25 E) 60

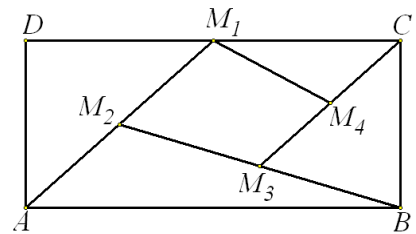
25. Колко различни трицифрени естествени числа могат да се представят като сума на точно девет различни степени на 2?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26. Колко са триъгълниците ABC с дължини на страните цели числа, за които $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ и дължината на страната AB е 20?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

27. За правоъгълника от чертежа точката M_1 е средата на страната DC , M_2 е средата на AM_1 , M_3 е средата на BM_2 и M_4 е средата на CM_3 . Да се намери отношението на лицата на четириъгълника $M_1M_2M_3M_4$ и правоъгълника $ABCD$.



- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{7}{32}$ D) $\frac{9}{32}$ E) $\frac{1}{5}$

28. От хартия са изрязани сини и червени правоъгълници, 7 от които са квадрати. Червените правоъгълници са с 3 повече от сините квадрати, а сините правоъгълници са с 2 по-малко от червените квадрати. Намерете броя на сините правоъгълници.

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 10

29. В двора на училището са подредени в кръг 96 ученици. Те започват да се броят по посока на часовниковата стрелка, започвайки с № 1, като учениците с четни номера излизат от кръга. Броенето продължава с оставащите ученици от № 97 нататък, т.е. ученикът с № 1 в първоначалното подреждане става № 97 и т.н. Учениците с четни номера (98, 100 и т.н.) отново излизат от кръга. Броенето продължава, докато остане само един ученик. Намерете номера в първоначалното подреждане на оставащия ученик.

- A) 1 B) 17 C) 33 D) 65 E) 95

30. Буквите в думата KANGAROO са заменени с цифри, като на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните букви – различни цифри. По този начин са получени две числа, които са кратни на 11, като първото е възможно най-голямото, а второто е възможно най-малкото. В двете числа фигурира една и съща цифра, която отговаря на една и съща буква. Коя е тази цифра?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6