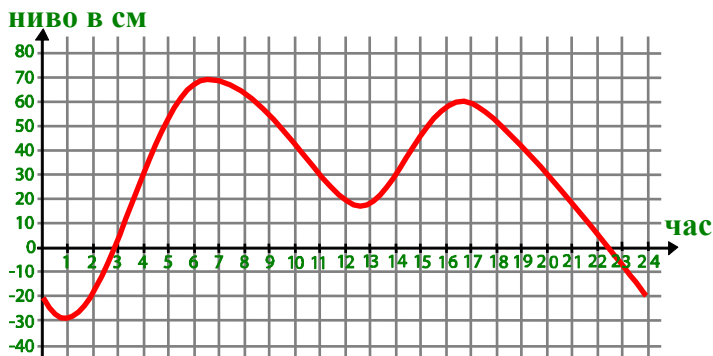


Международно състезание “Европейско Кенгуру”

17 март 2012 г.

ТЕМА за 11 и 12 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!



1. Промените за денонощие на речното ниво в пристанище са показани на фигурата. В продължение на колко часа в този период нивото на водата е било над 30 см?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 9 E) 13

2. Числото $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ е равно на:

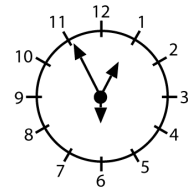
- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[6]{4}$ D) $\sqrt[3]{4}$ E) 2

3. Първото от пет числа е 2, а петото е 12. Произведението на първите три числа е 30, на средните три е 90 и на последните три е 360. Кое е третото число?

2				12
---	--	--	--	----

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

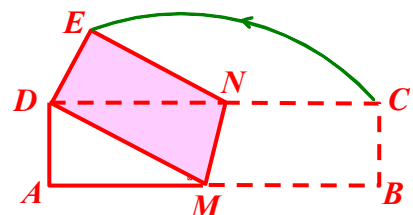
4. Часовникът вдясно показва 12:55:30. Определете коя е стрелката за часовете, коя за минутите и коя за секундите. Какво ще показва същият часовник в 8:10:00?



- A) B) C) D) E)

5. На чертежа правоъгълната хартиена лента $ABCD$, за която $AB = 16$ см и $AD = 4$ см, е сгъната по линията MN до съвпадане на B и D . Колко е лицето в квадратни сантиметри на четириъгълника $DMNE$?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 48 E) 56



6. Сборът от цифрите на деветцифрено число е 8. Произведението на тези цифри е:

- A) 0 B) 1 C) 8 D) 9 E) 9!

7. Най-голямото естествено n , за което $n^{200} < 5^{300}$, е:

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 11 E) 12

8. За коя от функциите е вярно, че $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$?

- A) $f(x) = \frac{2}{x}$ B) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ C) $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ D) $f(x) = \frac{1}{x}$ E) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. Ако за реалното число x е в сила $x^3 < 64 < x^2$, то:

- A) $0 < x < 64$ B) $-8 < x < 4$ C) $x > 8$ D) $-4 < x < 8$ E) $x < -8$

10. Определете ъгъла α на правилната петолъчна звезда от чертежа.

- A) 24° B) 30° C) 36° D) 45° E) 72°



11. Годишите ми са двуцифрено число, което е степен на 5, а годишите на братовчед ми са двуцифрено число, което е степен на 2. Сборът на четирите цифри на двете възрасти е нечетен. Произведението на тези цифри е:

- A) 240 B) 2010 C) 60 D) 50 E) 300

12. За група летовници били организирани четири разходки, като във всяка участвали по 80% от групата. Най-малко колко процента от летовниците са участвали и в четирите разходки?

- A) 80 B) 60 C) 40 D) 20 E) 16

13. Множеството от решенията на неравенството $|x| + |x-3| > 3$ е:

- A) $(-\infty; 0) \cup (3; \infty)$ B) $(-3; 3)$ C) $(-\infty; -3)$ D) $(-3; \infty)$ E) всички реални числа

14. Средният успех на един клас е 4. Средният успех на момчетата е 3,6, а на момичетата е 4,2. Може да се направи извод, че:

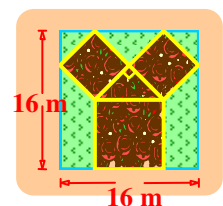
- A) момчетата са 2 пъти повече от момичетата B) момчетата са 4 пъти повече от момичетата

C) момичетата са 2 пъти повече от момчетата

- D) момичетата са 4 пъти повече от момчетата E) момичетата са колкото момчетата

15. На рисунката са показани няколко лехи с рози. В двата еднакви квадрата растат бели рози, в третия квадрат – червени, а в правоъгълния триъгълник – жълти. Дължината и ширината на градината са по 16 m. Каква е площта, засадена с рози?

- A) 114 m^2 B) 130 m^2 C) 144 m^2 D) 160 m^2 E) 186 m^2

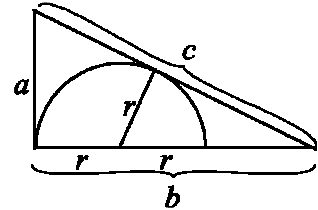


16. Местата на първия ред в театъра са номерирани 1, 2, 3, ...; всички билети за тях били продадени, дори погрешка за едно място били продадени два билета. Сборът от номерата на продадените билети бил 857. Номерът на мястото, за което са били продадени два билета, е:

- A) 4 B) 16 C) 25 D) 37 E) 42

17. Даден е правоъгълен триъгълник с катети a , b и хипотенуза c . Определете радиуса r на вписания полукръг от чертежа.

- A) $\frac{a(c-a)}{2b}$ B) $\frac{ab}{a+b+c}$ C) $\frac{ab}{b+c}$ D) $\frac{2ab}{a+b+c}$ E) $\frac{ab}{a+c}$

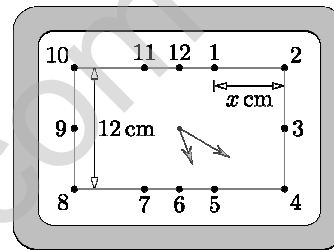



18. В квадрат $ABCD$ със страна 2 средите на страните AB и AD са съответно E и F . Точка G върху отсечката CF е такава, че $3CG = 2GF$. Лицето на триъгълник BEG е:

- A) 0,7 B) 0,8 C) 1,6 D) 0,6 E) 1,2

19. На чертежа е показан правоъгълен часовник. Колко сантиметра е разстоянието x между числата 1 и 2, ако разстоянието между числата 8 и 10 е 12 см?

- A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $2 + \sqrt{3}$ E) $12 - 3\sqrt{3}$



...  20. Трябва да подредим редица от зарчета, сборът от точките на срещуположните страни на всяко от които е 7. Две стени могат да се залепят само ако имат равен брой точки на тях. Колко зарчета трябва да вземем, за да бъде сборът от точките на външните страни равен на 2012?

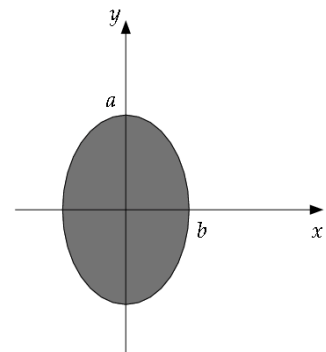
- A) 70 B) 71 C) 142 D) 143 E) Това е невъзможно.

21. Равнобедрен $\triangle ABC$ се разделя на равнобедрени триъгълници от някоя своя медиана. Намерете градусната мярка на възможно най-малкия ъгъл на триъгълника.

- A) 15° B) $22,5^\circ$ C) 30° D) 36° E) 45°

22. Нека $a > b$. Елипсата на чертежа съдържа всички точки с координати $(x; y)$, за които $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1$. Ако я завъртим около абсцисната ос, получаваме елипсоида E_x с обем V_x . Ако я завъртим около ординатната ос, получаваме елипсоида E_y с обем V_y . Тогава:

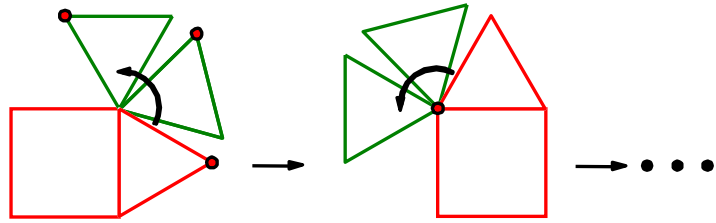
- A) $E_x = E_y$ и $V_x = V_y$ B) $E_x = E_y$, но $V_x \neq V_y$
C) $E_x \neq E_y$ и $V_x > V_y$ D) $E_x \neq E_y$ и $V_x < V_y$ E) $E_x \neq E_y$ и $V_x = V_y$



23. На дъската е записана дробта $\frac{7}{8}$. Ако на дъската излезе момиче, то увеличава числителя с 8, а ако излезе момче, то увеличава знаменателя със 7. Колко най-малко деца (повече от 0) трябва да излязат на дъската, за да стане дробта пак равна на $\frac{7}{8}$?

- A) 56 B) 81 C) 109 D) 113 E) Това е невъзможно.

24. На чертежа равностранният триъгълник се търкаля около квадрат със страна 1. Какъв път ще измине отбелязаната точка, докато тя и триъгълникът попаднат в началното си положение за пръв път?



- A) 4π B) $\frac{28}{3}\pi$ C) 8π D) $\frac{14}{3}\pi$ E) $\frac{21}{2}\pi$

25. Колко са пермутациите (x_1, x_2, x_3, x_4) на елементите на множеството $\{1, 2, 3, 4\}$, за които сборът $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ е кратен на 3?

- A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 24

26. Построени са графиката на функцията $y = x^2$ и 2012 прави, успоредни на графиката на $y = x$, всяка от които пресича параболата в две точки. Какъв е сборът от абсцисите на всичките 4024 пресечни точки?

- A) 0 B) 1 C) 1006 D) 2012 E) Няма достатъчно данни.

27. Три от върховете на куб (не всичките на една стена) са точките $P(3;4;1)$, $Q(5;2;9)$ и $R(1;6;5)$. Коя от точките по-долу е центърът на този куб?

- A) $A(4;3;5)$ B) $B(2;5;3)$ C) $C(3;4;7)$ D) $D(3;4;5)$ E) $E(2;3;5)$

28. В редицата $1, 1, 0, 1, -1, \dots$ първите два члена са $a_1 = a_2 = 1$. Третият е $a_3 = a_1 - a_2$, после $a_4 = a_2 + a_3$, $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$ и т.н. Сборът на първите 100 члена на тази редица е:

- A) 0 B) 3 C) -21 D) 100 E) -1

29. Йоана избира две числа a и b от множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ така, че произведението ab е равно на сбора на останалите 24 числа. Определете $|a - b|$.

- A) 10 B) 9 C) 7 D) 2 E) 6

30. Всяка котка в Страната на Чудесата е или мъдра, или луда. Ако мъдра котка се озове в стая с три луди котки, също става луда. Ако луда котка се озове в стая с три мъдри котки, те разкриват, че е луда. Три котки влезли в празна стая. След като там влязла 4^{та} котка, 1^{та} котка излязла. След като там влязла 5^{та} котка, 2^{та} котка излязла и т.н. След като там влязла 2012^{та} котка, за пръв път било разкрито, че една котка е луда. Кой от дадените котки не може да са били луди при влизането си в стаята?

- A) 1^{та} и 2011^{та} B) 2^{та} и 2010^{та} C) 3^{та} и 2009^{та} D) 4^{та} и 2012^{та} E) 2^{та} и 2011^{та}