

## Международно състезание “Европейско Кенгуру”

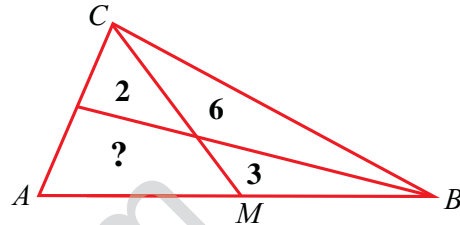
17 март 2012 г.

### ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Даденият  $\triangle ABC$  е разделен на четири части. Да се намери лицето на четириъгълника, означен с въпросителен знак, ако  $M$  е средата на страната  $AB$  на  $\triangle ABC$ , а лицата на трите триъгълника са отбелязани на чертежа.

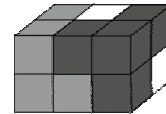
- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7



2. Стойността на  $11,11 - 1,111$  е:

- A) 9,009      B) 9,0909      C) 9,99      D) 9,999      E) 10

3. Паралелепипедът на чертежа вдясно е сглобен от три детайла. Всеки детайл се състои от 4 кубчета с еднакъв цвят. Как изглежда белият детайл?



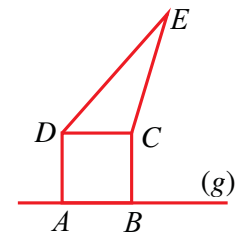
- A) B) C) D) E)

4. Ани изпраща на Боби кодирани съобщения по следната система: Всяка буква се заменя от поредния си номер в азбуката ( $A = 1, B = 2, \dots, Я = 30$ ), този номер се удвоява, полученото число се увеличава с 9 и резултатът се изпраща на Боби. Тази сутрин Боби получил съобщението 41; 39; 35; 39; 62. Какъв е бил оригиналният текст на Ани?

- A) ПОМОЩ    B) ПОЖАР    C) ПОТОП    D) ПОМНЯ    E) Ани има грешка

5. Квадратът  $ABCD$  и триъгълникът  $DCE$  на чертежа имат лица по 16 кв.см. На колко см от правата ( $g$ ) се намира точка  $E$ ?

- A) 8    B)  $4 + 2\sqrt{3}$     C) 12    D)  $10\sqrt{2}$     E) няма достатъчно данни



6. Сборът от цифрите на едно седемцифрено число е 6. Колко е произведението на цифрите му?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 1.2.3.4.5.6.7      E) 0

7. Катетите на правоъгълен триъгълник  $ABC$  имат дължини 6 и 8, а точки  $K, L$  и  $M$  са средите на страните му. Определете периметъра на триъгълника  $KLM$ .

- A) 20      B) 12      C) 5      D) 6      E) 24

8. В четири от изразите замяната на 8 с друго положително число (еднакво при всички замени) не променя резултата. Кой от изразите няма това свойство?

- A)  $(8+8-8):8$       B)  $8+(8:8)-8$       C)  $8:(8+8+8)$   
D)  $8-(8:8)+8$       E)  $8.(8:8):8$

9. Две от страните на четириъгълник  $ABCD$  имат дължини 1 и 4, а диагоналът  $AC$  го дели на два равностранни триъгълника и има дължина 2. Колко е периметърът на  $ABCD$ ?

- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

10. Числата 144 и 220 дават остатък 11 при деление на естественото число  $x$ . Определете  $x$ .

- A) 7                      B) 11                      C) 15                      D) 19                      E) 38

11. Ако Асен се качи на масата, а Мишо стои на пода, Асен ще е с 80 см по-висок от Мишо. Ако си разменят местата, Мишо ще е с 1 метър по-висок от Асен. Колко см е висока масата?

- A) 20                      B) 80                      C) 90                      D) 100                      E) 120

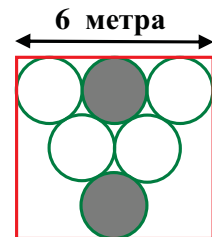


12. Добри и Митко хвърлят монета. Ако се падне тура, Добри дава на Митко два бонбона, а ако се падне ези, Митко дава на Добри три бонбона. След 30 хвърляния всеки се оказал с началния си брой бонбони. Колко пъти се е паднало ези?

- A) 6                      B) 12                      C) 18                      D) 24                      E) 30

13. На чертежа вдясно, в правоъгълник с дължина 6 м са поставени шест еднакви допиращи се кръга. Намерете най-краткото разстояние в метри между двата затъмнени кръга.

- A) 1                      B)  $\sqrt{2}$                       C)  $2\sqrt{3}-2$                       D)  $\frac{\pi}{2}$                       E) 2

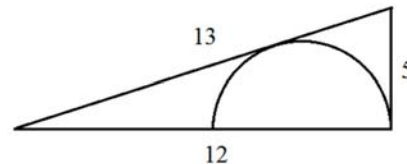


14. Имам четири часовника: времето на единия се различава от истинското с 2 минути, на другия с 3 минути, на третия с 4 минути и на четвъртия с 5 минути. Колко е часът, ако един от тези часовници показва 2:54, друг 2:57, трети 3:02 и последният 3:03?

- A) 3:00                      B) 2:57                      C) 2:58                      D) 2:59                      E) 3:01

15. Триъгълникът на чертежа има страни 5, 12 и 13. Определете радиуса на вписания полукръг.

- A)  $\frac{7}{3}$                       B)  $\frac{10}{3}$                       C) 4                      D)  $\frac{13}{3}$                       E)  $\frac{17}{3}$



16. Четирицифрено естествено число има цифра на стотиците 3, а сборът на другите му три цифри е пак 3. Колко такива числа съществуват?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

17. Поставете едноцифрени естествени числа в празните полета на таблицата така, че сборовете на трите реда да са равни и сборовете на четирите колони да са равни. Кое число ще стои в затъмненото поле?

- A) 1                      B) 4                      C) 6                      D) 8                      E) 9

2	4		2
	3	3	
6		1	

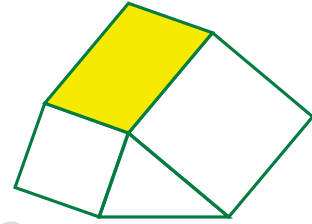
18. Трима спортисти Кен, Гу и Ру участвали в надбягване. Били изказани твърденията:

- 1) “Победител ще е Кен или Гу.”
- 2) “Ако Гу е втори, то Ру ще победи”
- 3) „Ако Гу е трети, то Кен няма да победи”.
- 4) “Втори ще е Гу или Ру.”

И четирите твърдения се оказали верни. В какъв ред са финиширали спортистите?

- А) Кен, Гу, Ру    В) Кен, Ру, Гу    С) Ру, Гу, Кен    Д) Гу, Ру, Кен    Е) Гу, Кен, Ру

19. На чертежа има два квадрата със страни 4 и 5, триъгълник с лице 8 и затъмнен успоредник. Определете лицето на успоредника.

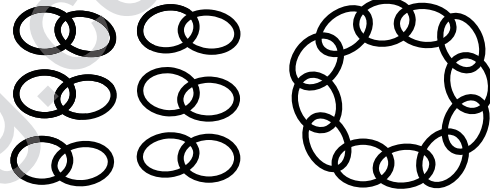


- А) 15            В) 16            С) 18            Д) 20            Е) 21

20. Ако  $2012 = m^m(m^k - k)$  за естествените числа  $m$  и  $k$ , определете  $k$ .

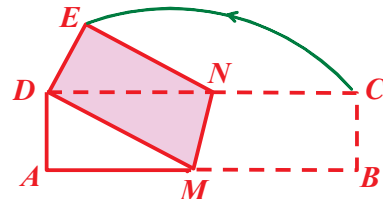
- А) 2                    В) 3                    С) 4                    Д) 9                    Е) 11

21. Бижутер има 12 верижки с по две звена (показани са 6 от тях), от които иска да направи цяла затворена верига. Колко най-малко звена трябва да отвори бижутерът (и после да ги затвори)?



- А) 8            В) 9            С) 10            Д) 11            Е) 12

22. На чертежа правоъгълната хартиена лента  $ABCD$ , за която  $AB = 16$  см и  $AD = 4$  см, е сгъната по линията  $MN$  до съвпадане на  $B$  и  $D$ . Колко е лицето в квадратни сантиметри на петоъгълника  $DAMNE$ ?



- А) 22            В) 27            С) 32            Д) 37            Е) 47

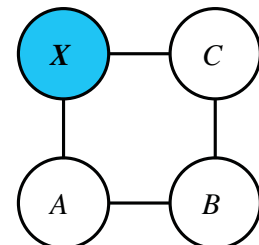
23. Влак с дължина  $G$  минава край даден знак за 8 секунди, след което се разминава с влак с дължина  $H$  за 9 секунди, който пък минава край знака за 12 секунди. Какъв извод можем да направим?

- А)  $G = 2H$     В)  $G = H$     С)  $2H = 3G$     Д)  $H = 2G$     Е) никой от предните отговори

24. Последната ненулева цифра в десетичния запис на числото  $2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$  е:

- А) 1            В) 2            С) 4            Д) 6            Е) 9

25. Едно кенгуру може да скача само в съседни полета по отбелязаните линии. То тръгва от полето  $C$  и ако попадне в  $X$ , спира да скача. По колко начина може да стигне кенгуруто от  $C$  до  $X$  с точно 13 скока?



- А) 12            В) 32            С) 64            Д) 144            Е) 1024

26. Дадени са пет лампи и един бутон, които изпълняват следното условие: ако се натисне бутонът, някои две от лампите си променят състоянието, т. е. ако една от лампите е била загасена, тя се запалва, а ако е била запалена, тя се загасва. Първоначално и петте лампи са загасени. В какво можем да сме сигурни след 10 натискания на бутона?

- A) Поне една лампа е запалена.
- B) Всички лампи са запалени.
- C) Не всички лампи са запалени.
- D) Някоя лампа не е запалена.
- E) Нито един от предишните отговори.

27. Дадени са шест различни естествени числа, от които най-голямото е  $n$ . Във всички двойки, образувани от тези числа, освен в една, по-малкото число дели по-голямото. Определете най-малката възможна стойност на  $n$ .

- A) 18
- B) 20
- C) 24
- D) 36
- E) 45

28. Да наречем *прод* произведението от цифрите на едно естествено число. Определете сбора от продове на всички трицифрени числа.

- A) 45
- B)  $45^2$
- C)  $45^3$
- D)  $2^{45}$
- E)  $3^{45}$

29. Числата от 1 до 120 са записани на 15 реда, както е показано в таблицата. В коя колона (най-лявата колона считаме за първа) сборът от числата е най-голям?

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
11	12	13	14	15		
...	...	...	...	...	...	
106	107	108	109	110	...	120

- A) 1-ва
- B) 5-та
- C) 7-ма
- D) 10-та
- E) 13-та

30. Нека  $ABCDEFGH$  е правилен осмоъгълник. Избираме случайно един от върховете  $C, D, E, F, G, H$  и го свързваме с  $A$  чрез отсечка. После избираме случайно един от върховете  $C, D, E, F, G, H$  и го свързваме с  $B$  чрез отсечка. Каква е вероятността осмоъгълникът да се окаже разрязан на точно три части?

- A)  $\frac{1}{6}$
- B)  $\frac{1}{4}$
- C)  $\frac{4}{9}$
- D)  $\frac{5}{18}$
- E)  $\frac{1}{3}$