

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

7 декември 2019 г.

Тема за 10., 11., 12. клас

(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки.

Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2019 г.

Журието Ви пожелава приятна работа.

Задача 1. Какви отрицателни стойности може да приема произведението на различните реални корени на уравнението

$$(ax^2 + 2bx + c)(bx^2 + 2cx + a)(cx^2 + 2ax + b) = 0,$$

където $a, b, c > 0$?

Задача 2. Нека $ABCD$ е изпъкнал четириъгълник, за който лъчите AD^{\rightarrow} и BC^{\rightarrow} се пресичат в точка E така, че $AE = BD = CE$. Диагоналът BD пресичаната описаната окръжност около $\triangle ACE$ в точка P , а правата EP пресича описаната окръжност около $\triangle BDE$ в точка Q . Да се докаже, че $BQ + DQ = EP$.

Задача 3. Дадено е естествено число n . Да се намери най-малката възможна стойност на

$$\max_{0 \leq i \leq n+1} |3^i - P(i)|,$$

където P е полином от степен n с реални коефициенти.