Иван Салабашев 2008

Решения на задачите от темата за 6. клас

1. Колко е $1\frac{2}{3}.\ (4,5+6):\frac{7}{8}$?

А) 8; **Б)** 9; **В)** $9\frac{5}{7}$; **Г)** 20.

Отговор: (Г).

2. Баба има три внучки – тригодишната Сладушка, петгодишната Мекушка и седемгодишната Твърдушка. Бабата събрала 120 дренки и ги раздала на внучките си пропорционално на тяхната възраст. Колко дренки е получила Мекушка? **А)** 24; **Б)** 40; **В)** 56; **Г)** 70.

Отговор: (Б). Общо частите са $3+5+7=15$ и следователно всяка част се равнява на 8 дренки. За петгодишната се полагат $5.8=40$ дренки.

3. Лицето на триъгълник ABC е 6 кв. см. Точка M от страната AB е такава, че $AM = 2\ .\ BM$. Колко квадратни сантиметра е лицето на триъгълник ACM?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5.

Отговор: (В). Имаме $S_{ACM} = \frac{2}{3} S_{ABC} = 4$ кв.см.

4. В понеделник Ивайло и приятелят му Николай изяли по няколко сандвича. Всеки следващ ден всеки от тях изяждал с един сандвич повече от изядените от неговия приятел предишния ден. Колко сандвича е изял Ивайло в петък, ако в понеделник той е изял два сандвича?

А) 3; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** 6.

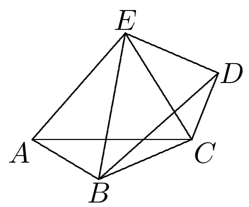
Отговор: (Г). Във вторник Николай е изял 3 сандвича и значи в сряда Ивайло е изял 4; в четвъртък Николай е изял 5 и значи в петък Ивайло е изял 6.

5. Автомобил изминава 100 км с 8 л. гориво. Колко литра гориво са нужни на автомобил с 50% по-голям разход за изминаване на 150 км?

А) 12; **Б)** 15; **В)** 18; **Г)** 21.

Отговор: (В). Вторият автомобил изминава 100 километра с 12 литра, а 150 километра с 18 литра.

6. В час по математика Петър, като започнал от връх A, без да вдига химикалката си от листа направил следния чертеж. В кой връх е завършил чертежа?



А) B; **Б)** C; **В)** D; **Г)** E.

Отговор: (В). Във връх, който не е краен, е влизано и излизано равен брой пъти, т.е. от него излизат четен брой отсечки. Само от началния и крайния връх излизат нечетен брой отсечки. Тъй като само A и D имат това свойство, то краен е връх D.

7. В таблица 3×3 са записани числата $2, 3, 4, \ldots, 10$. Сборът на числата във всеки ред е един и същ и е два пъти по голям от сбора на числата в полетата, означени със $\star$. Кои числа са записани в полетата със $\star$?

$\star$		
	$\star$	
		$\star$

А) 2,3,4; **Б)** 3,4,5; **В)** 4,5,6; **Г)** 5,6,7.

Отговор: (А). Сборът на числата във всеки ред е равен на $\dfrac{2+3+\cdots+10}{3} = 18$ и следователно сборът на числата в диагоналните клетки е 9. Сбор на три числа 9 се получава по единствен начин като $2+3+4$. Лесно се построява таблица с исканото свойство.

8. Баба събрала дренки и ги раздала на тригодишната Сладушка, петгодишната Мекушка и седемгодишната Твърдушка така, че произведението на възрастта и броя получени дренки е едно и също за всяка внучка. Най-малко колко дренки е събрала баба?

А) 315; **Б)** 210; **В)** 105; **Г)** 71.

Отговор: (Г). Ако x, y и z са получените дренки, то $3x = 5y = 7z$. От съображения за делимост следва, че най-малката стойност за x е 35, за y е 21 и за z е 15. Следователно най-малкият възможен брой дренки е 71.

9. Фирма наела 84 служители, всеки от които знае английски или немски. Ако 20% от знаещите английски знаят и немски, а 80% от знаещите немски знаят и английски, колко от служителите знаят и двата езика? **А)** 4; **Б)** 16; **В)** 48; **Г)** 64.

Отговор: (Б). От условието следва, че знаещите само английски са 4 пъти повече от знаещите и двата езика, а знаещите и двата езика са 4 пъти повече от знаещите само немски. Ако означим търсеният брой с x, то $x + 4x + \dfrac{x}{4} = 84$, откъдето намираме $x = 16$.

10. Олег има общо 28 лв., измежду които поне една монета от 1 лв. и поне по една банкнота от 2 лв. и 5 лв. Той смята да си купи сборник, но не обича да получава ресто. Ако Олег не може да приготви точната сума, възможната цена на сборника е:

А) 10 лв.; **Б)** 12 лв.; **В)** 14 лв.; **Г)** 16 лв..

Отговор: (В). Ако имаме са 1, 2, 3 или 4 банкноти от 5 лева, то останалите поне 8 лева с в банкноти от 2 лева и монети от 1 лев. Лесно се вижда, че всяка от сумите може да се получи, започвайки от максималния брой петолевки и допълвайки с банкноти от 2 лева и монети от 1 лев. Когато имаме 5 банкноти от 5 лева, една банкнота от 2 лева и една монета от 1 лев, единствената сума, която не може да се получи е 14 лева.

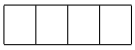
11. Колко са двуцифрените числа $\overline{ab}$ за които $6a + 2b$ дели $\overline{ab}$?

Отговор: (2). Тъй като $6a + 2b$ дели $\overline{ab} = 10a + b$, то $10a + b = k(6a + 2b)$. Ако $k \geq 2$, то $k(6a + 2b) \geq 12a + 4b > 10 + b$, което е невъзможно. Следователно $k = 1$, отъдето $b = 4a$ и понеже a и b са цифри единствените възможности са $a = 1,\ b = 4$ и $a = 2,\ b = 8$.

12. Числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 са записани в магически квадрат 3×3 (сборът във всеки ред, стълб и диагонал е един и същ). Колко е сборът на числата, записани в четирите ъглови квадратчета?

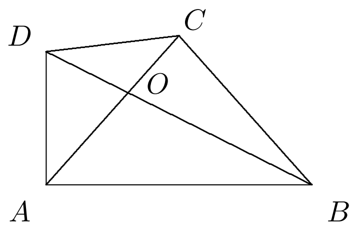
Отговор: (20). Сборът на естествените числа от 1 до 9 е 45, следователно във всеки от трите реда на магическия квадрат сборът е $45 : 3 = 15$. Ако съберем сборовете на втория ред, втория стълб и двата диагонала, ще получим $4.15 = 60$, като в този сбор числото в централното квадратче участва 4 пъти, а всички останали числа по веднъж. Следователно в централното квадратче е записано числото $(60-45) : 3 = 5$. Тогава сборът от числата в ъгловите квадратчета е $2.15 - 2.5 = 20$.

13. От 13 отсечки с дължина 1 см е сглобена показаната на чертежа фигура. Колко пътя с дължина 7 см водят от горния ляв до долния десен ъгъл, ако по нито една отсечка не се минава по два пъти?



Отговор: (10). Всеки път с дължина 7 се определя еднозначно от 3 вертикални отсечки (по първата отсечка слизаме на долния ред, по втората се качваме обратно и по третата отново слизаме на долния ред). Този избор може да стане по 10 начина.

14. Диагоналите на четириъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O. Ако страните AB и AD са перпендикулярни и са съответно 10 см и 5 см, а лицата на триъгълниците BOC и DOC са съответно 9 кв.см и 6 кв.см, колко е лицето на триъгълника AOD?



Отговор: (10). Правоъгълният триъгълник ABD има лице $\frac{1}{2}.5.10 = 25$ кв.см и е съставен от триъгълниците BOA и AOD, чиито лица се отнасят както лицата на триъгълниците BOC и DOC, т.е. както $9 : 6$. Следователно лицето на триъгълника AOD е равно на 10.

15. Правоъгълен лист хартия е разрязан на две части с праволинеен разрез. След това едно от получените парчета отново е разрязано на две с праволинеен разрез. След 5 такива разрязвания една от получените фигури се оказала деветоъгълник. Колко от получените фигури са триъгълници?

Отговор: (5). Всеки разрез се определя еднозначно от две точки върху контура на листа, които не са на една страна. При разрязване на една фигура с k върха се получават две нови фигури. Общият брой върхове на двете фигури е $k + 4$ (ако нито едната от двете точки не съвпада с връх) $k + 3$ (ако точно едната от двете точки съвпада с връх) и $k + 2$ (ако и двете точки са върхове). Само в първият случай е възможно едната от двете фигури да има повече от k върха (точно $k + 1$), а другата фигура е триъгълник. Тъй като след 5 разрязвания от четириъгълник е получен деветоъгълник, то на всяко разрязване се е получавал по един връх повече. Това означава, че при всяко разрязване е оставал по 1 триъгълник, т.е. триъгълниците са 5.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.