СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

4 декември 2010 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev10/.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Ако $0 < y < x < 1$, то изразът

$$|x-y|+|x-1|+|x-y-1|$$

е равен на:

А) $2-x$ **Б)** $2-y$ **В)** $2+x$ **Г)** $2+y$

2. Нека n е пай-малкото естествено число, което се дели на 15 и всяка цифра на което е 0 или 8. Числото $\frac{n}{15}$ е равно на:

А) 594 **Б)** 592 **В)** 590 **Г)** 588

3. Произведението на всички стойности на параметъра k, за които уравнението

$$\frac{x-1}{x-2}=\frac{x-k}{x-3}$$

няма решение е равно на:

А) 6 **Б)** 8 **В)** 10 **Г)** 12

4. Нека a и b са положителни числа, за които $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=ab-2$. Числото $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ е равно на:

А) 3 **Б)** 2 **В)** 1 **Г)** не може да се определи

5. Даден е трапец $ABCD(AB\|CD)$, в който $AB=8, BC=4, CD=6$ и $\sphericalangle BCD=150^\circ$. Нека O е пресечната точка на диагоналите AC и BD. Разликата на лицата на триъгълниците AOB и COD е равна на:

А) 2 **Б)** 4 **В)** 6 **Г)** 8

6. Нека a и b са реални числа такива, че

$$\frac{7x-9}{x^2-3x+2}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x-2}$$

за всяко $x \neq 1, 2$. Числото ab е равно на:

А) 4 **Б)** 6 **В)** 8 **Г)** 10

7. Броят на четирицифрените числа с първа цифра 1 и точно две равни цифри е равен на:

А) 234 **Б)** 243 **В)** 423 **Г)** 432

8. Нека ABC е триъгълник, в който $AB=2AC$. Върху странитеAB и BC са взети съответно точки D и E. Ако $\sphericalangle ACD=\sphericalangle BAE$ и $\sphericalangle AEC=\sphericalangle BCD=60^\circ$, то $\sphericalangle ABC$ е равен на:

А) 30° **Б)** 45° **В)** 60° **Г)** 90°

9. Нека $a, b, a-b$ и $a+b$ са прости числа. Тяхната сума е:

А) кратна на 11 **Б)** кратна на 13

В) просто число **Г)** съставно число

10. Ако x и y са цели числа, за които

$$y^2+3x^2y^2=124+21x^2,$$

то числото $3x^2y^2$ е равно на:

А) 588 **Б)** 432 **В)** 300 **Г)** 192

11. Върху страните BC и CA на $\triangle ABC$ са взети точки D и E и нека AD и BE се пресичат в точка F. Ако лицата на триъгълниците AEF, ABF и BDF са съответно $2, 3$ и 4, да се намери лицето на $\triangle ABC$.

12. Нека a, b, c, d са естествени числа, за които $a^5 = b^4, c^3 = d^2$ и $c - a = 19$. Да се намери $d - b$.

13. Да се намери броят на естествените числа N по-малки от 100, за които уравнението $x^{[x]} = N$ има положително решение.($[x]$ е цялата част на реалното число x.)

14. За всяко естествено число n нека d_n е най-големият общ делител на числата $2010 + n^2$ и $2010 + (n + 1)^2$. Да се намери най-малката стойност на d_n, която е различна от 1.

15. Да се намери най-голямото естествено число n, за което 3^{2011} може да се представи като сума на n последователни естествени числа.