Математически турнир „Иван Салабашев“, 2010 г.
Решения на задачите от темата за 5. клас

1. Пресметнете $4,12\ .\ 2010 + 58,8\ .\ 201$. Какъв е сборът от цифрите в получения резултат?

А) 3 **Б)** 4 **В)** 5 **Г)** 6

Отговор: А. $4,12\ .\ 2010 + 58,8\ .\ 201 = 4,12\ .\ 2010 + 5,88\ .\ 2010 = 10\ .\ 2010 = 20100$. Сборът на цифрите е 3.

2. Колко кв.см е лицето на квадрат със страна, равна на страната на равностранен триъгълник с обиколка 4,2 см? **А)** 1,76 **Б)** 1,96 **В)** 5,6 **Г)** 17,6

Отговор: Б. Страната е 1,4 см, така че лицето е 1,96 кв.см.

3. Кое е равно на цяло число? **А)** $9,2\ :\ 0,8$ **Б)** $9,2\ .\ 8$ **В)** $9,1\ .\ 7$ **Г)** $9,1\ :\ 0,7$

Отговор: Г. $91 : 7 = 13$.

4. Калкулаторът ми има бутон с надпис $\diamondsuit$. Когато напиша някое число x и натисна бутона $\diamondsuit$, на екрана се записва резултата от $8.x - x.x$. При кое от следните числа натискането на $\diamondsuit$ ще даде най-голям резултат? **А)** 3 **Б)** 4 **В)** 5 **Г)** 6

Отговор: Б. При 3 се получава $24 - 9 = 15$. При 4 се получава $32 - 16 = 16$. При 5 се получава $40 - 25 = 15$. При 6 се получава $48 - 36 = 12$.

5. Обиколката на триъгълник ABC е 6 см. Две от страните му са равни, а третата е два пъти по-къса. Колко см е дълга най-късата страна? **А)** 1,5 **Б)** 1,2 **В)** 2 **Г)** 2,4

Отговор: Б. Обиколката е равна на 5 пъти по късата страна.

6. Ако $x = 0,2$, кое е най-малко? **А)** x **Б)** $x + x$ **В)** $x : x$ **Г)** $x.x$

Отговор: Г.

7. Единадесетметровият наказателен удар във футбола се нарича още *дузпа*, което на френски значи *12 крачки*. Приблизително на колко сантиметра е равна всяка от тези крачки?

А) 88 **Б)** 90 **В)** 92 **Г)** 109

Отговор: В. Ако умножим по 12 всеки от отговорите, най-близо до 11 е $12\ .\ 0,92 = 11,04$.

8. Шрек изяжда 10 плъха (печени на шиш) за 20 минути, Фиона изяжда 9 плъха за 27 минути, а Котаракът в чизми изяжда 7 плъха за 42 минути. За колко минути тримата ще изядат общо 24 плъха? (Всеки яде с неотслабващ апетит.) **А)** 24 **Б)** 30 **В)** 36 **Г)** 48

Отговор: А. Един плъх се яде от Шрек за 2 минути, от Фиона за 3 минути и от Котарака за 6 минути. За $\text{НОК}(2; 3; 6) = 6$ минути тримата ще изядат $3 + 2 + 1 = 6$ плъха, така че за 24 плъха са нужни 24 минути.

9. На всеки от петте етажа на един блок има по едно дете. Тези пет деца казали следното:
Емо: Аз съм на втория, а Пешо на третия етаж. **Ники:** Аз съм на третия, а Олег е на петия етаж. **Олег:** Аз съм на първия, а Ники на втория етаж. **Вени:** Аз съм на четвъртия, а Емо на втория. **Пешо:** Аз съм на първия, а Вени на четвъртия.
Всеки е излъгал точно по веднъж. На кой етаж живее Емо? **А)** I **Б)** II **В)** III **Г)** IV

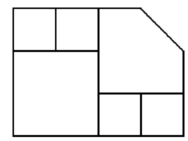
Отговор: А. Ако Емо беше на втория етаж (както твърди), то второто твърдение на Олег би било лъжа, значи Олег би бил на първия. Тогава първото твърдение на Пешо би било лъжа, значи Вени би била на четвъртия и двете твърдения на Вени биха били верни – невъзможно. И така, Емо лъже за етажа си, така че Пешо е на третия и също лъже за своя, така че Вени е на четвъртия. Ники също лъже за етажа си, значи Олег е на петия. Остава Емо да е на първия етаж.

10. Билет за аквапарк струва 10 лева за дете и 17 лева за възрастен, като няма групови намаления. Група летовници влязла в аквапарка. Кое от следните е най-голямото естествено число, което НЕ МОЖЕ да бъде общата цена (в левове), заплатена от групата?

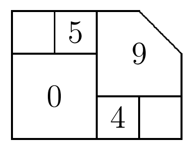
А) 109 **Б)** 143 **В)** 159 **Г)** 176

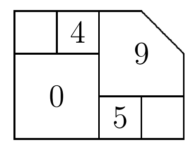
Отговор: Б. Да отбележим, че числата $17.0 = 0$, $17.1 = 17$, $17.2 = 34$, ..., $17.9 = 153$ завършват на десетте различни цифри $0, 1, 2..., 9$. За да получим определена цена за покупка (например 176лв.), избираме такова кратно на 17, което завършва на същата цифра (в примера $17.8 = 136$); това е сумата за възрастните. След това допълваме с подходящ брой деца (в примера 4, понеже $4.10 = 40$лв., или общо $136 + 40 = 176$лв.) Този подход е невъзможен, ако избраното кратно на 17 е по-голямо от исканата сума. Най-голямата сума, която не може да се получи, е 143, защото нужното кратно на 17 е $9.17 = 153 > 143$. Задачата може да се налучка интелигентно с последователно изпробване на отговорите, започвайки от най-големия.

11. В шестте полета на долната фигура трябва да се поставят шест различни цифри, така че цифрите в съседни полета да се различават поне с 4. По колко различни начина можем да направим това?



Отговор: 2. В двете големи полета могат да стоят само 0 и 9 (в някакъв ред), понеже само за тях има две различни числа, различаващи се от всяко от двете с поне 4. Сега имаме по два начина за разполагане на тези числа (4 и 5) в нужните полета:





При първия начин нямаме начин да завършим запълването, а при втория има само един начин (8 до 4 и 1 до 5). Окончателно имаме само две възможни запълвания, зависещи от разположението на 0 и 9.

12. В магазин се продават три вида кутии с бижута: $\boxed{\odot\bigtriangledown}$ $\boxed{\odot\odot\heartsuit\odot}$ $\boxed{\heartsuit\odot\heartsuit\heartsuit\odot\heartsuit}$

Бижутата от различен вид имат различна цена, а тези от еднакъв вид – еднаква. Самата кутия е подарък. Оказва, че цената на всяка трите кутии е еднаква. Колко $\heartsuit$ струват колкото едно $\bigtriangledown$?

Отговор: 7. Ако от вторите две кутии махнем $\heartsuit$ и две $\odot$, имаме $\odot = 3.\heartsuit$. Ако от първите две кутии махнем $\odot$, имаме $\bigtriangledown = \odot + \odot + \heartsuit$. Тогава $\bigtriangledown$ струва колкото $3 + 3 + 1 = 7\heartsuit$.

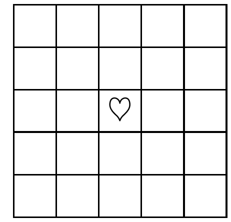
13. Седем квадрата с лица по 25 кв.см са долепени един до друг. Колко сантиметра е най-малката възможна обиколка на получената фигура?

Отговор: 60. Ако разположим квадратите плътно на 2, 3 или 4 реда с не повече от 4, 3 или 2 квадрата на ред и „обърнем" ъглите отвътре навън (при което обиколката не се променя), получаваме правоъгълник с обиколка 60 см. В останалите случаи обиколката е по-голяма.

14. Ако $a.b.c.d = 2010$ и $a > b > c > d$ са естествени числа, колко най-много може да е a?

Отговор: 335. За целта трябва b, c, d да са възможно най-малки и различни, и да са делители на 2010. Значи $d = 1$, $c = 2$, $b = 3$ и тогава $a = 2010 : 6 = 335$.

15. Колко са правоъгълниците на фигурата, които имат ♡?



Отговор: 81. Ако слънцето грее отгоре, сянката на правоъгълника (която е отсечка) трябва да съдържа сянката на ♡. Тези отсечки са 1 единична, 2 двойни, 3 тройни, 2 четворни и 1 петорна, или общо 9. Ако слънцето грее отляво, сянката на правоъгълника (която е отсечка) трябва да съдържа сянката на ♡. Тези отсечки са 1 единична, 2 двойни, 3 тройни, 2 четворни и 1 петорна, или общо 9. Търсените правоъгълници са $9.9 = 81$.

Задачите от тази тема са предложени от Ивайло Кортезов.