СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ

СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2011 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 20.12.2011 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Числото $\dfrac{2011^2}{(1006^2-1005^2)^2}$ е равно на:

А) 1 **Б)** 1005 **В)** 1006 **Г)** 2011

2. Средното аритметично на числата

$$1, -2, 3, -4, \dots, 2011, -2012$$

е равно на:

А) -2012 **Б)** -2011 **В)** -1 **Г)** -0.5

3. Броят на различните решения на уравнението

$$|\, x - |2x+1|\, | = 3$$

е равен на:

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 4

4. Нека $f(x) = (ax^2+x+3)(ax^2+x+5)$. Ако $f(-3) = -1$, то $f(3)$ е равно на:

А) 3 **Б)** 35

В) 1 **Г)** не може да се определи

5. Нека $ABCD$ е правоъгълник със страни $AB = 4$ и $BC = 2$. Ако M е точка върху страната AB, за която $\sphericalangle AMD = \sphericalangle CMD$, то $\sphericalangle AMD$ е равен на:

А) 30^o **Б)** 45^o **В)** 60^o **Г)** 75^o

6. Нека n е естествено число, за което

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{n}$$

е цяло число. Кое от следните твърдения не е вярно:

А) 3 дели n **Б)** 7 дели n

В) 11 дели n **Г)** 14 дели n

7. Едно просто число се нарича „интересно“ ако е с 1 по-голямо от кратно на 4 и с 1 по-малко от кратно на 5. Сумата на всички интересни прости числа между 1 и 100 е равна на:

А) 118 **Б)** 137 **В)** 158 **Г)** 187

8. Разглеждаме всички прави в равнината с уравнения от вида $y = kx + b$, където k и b са реални числа и $kb > 0$. Коя от следните точки не лежи върху никоя от тези прави:

А) $(0, 2011)$ **Б)** $(2011, 0)$

В) $(0, -2011)$ **Г)** $(-2011, 0)$

9. Сумата на четните цифри на числата $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ е равна на:

А) 200 **Б)** 360 **В)** 400 **Г)** 560

10. Кое от следните числа може да се представи като сума на 100 последователни естествени числа:

А) $10^{2011}+40$ **Б)** $10^{2011}+50$

В) $10^{2011}+60$ **Г)** $10^{2011}+70$

11. Нека ABC и ABE са правоъгълни триъгълници, за които $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BAE = 90^\circ$, $BC=2, AB=3, AE=4$ и хипотенузите AC и BE се пресичат в точка D. Да се намери произведението на височините на триъгълниците ADE и BDC, съответно към страните AE и BC.

12. Да се намери броят на точните квадрати, които са делители на числото $1!2!3!\ldots 10!$.

(Ако n е естествено число, то $n! = 1.2.\ldots.n$.)

13. Нека x и y са реални числа, за които

$$|\ x+y\ | + |\ x-y\ | = 2.$$

Да се намери най-голямата възможна стойност на x^2-6x+y^2.

14. Нека A е подмножество на множеството $\{1,2,3,\ldots,2011\}$ такова, че сумата на всеки два елемента на A е различна от 2111. Колко най-много елемента може да има A?

15. Да се намери броят на реалните числа x, за които $\left[\dfrac{x}{2}\right]+\left[\dfrac{x}{3}\right]+\left[\dfrac{x}{5}\right]=x$.

(За всяко реално число a с $[a]$ се означава най-голямото цяло число, което не надминава a.)