

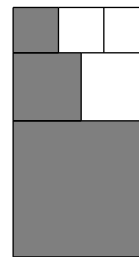
Математически турнир „Иван Салабашев“, 2012 г.

Решения на задачите от темата за 6. клас

1. Ако $a \heartsuit b = a - b + a \cdot b$, на колко е равно $20 \heartsuit (-2)$? А) -22 Б) -18 В) -2 Г) 0

Отговор: Б. $20 \heartsuit (-2) = 20 - (-2) + 20(-2) = 22 - 40 = -18$.

2. Правоъгълникът на чертежа е съставен от квадрати, най-малкият от които има страна 4 см. Каква част от правоъгълника е оцветена?



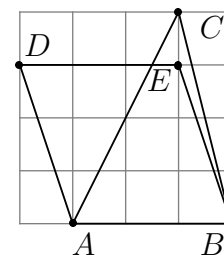
А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{8}{11}$ В) $\frac{5}{6}$ Г) $\frac{49}{66}$

Отговор: Г. Страната на най-големия квадрат е 12, а на средния е 6. Търсеното отношение е $\frac{4^2 + 6^2 + 12^2}{12 \cdot (4 + 6 + 12)} = \frac{49}{66}$.

3. Колко са числата от вида $\overline{3a78c}$, които се делят на 45? А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

Отговор: В. При $c = 0$ от признака за 9 получаваме две числа, 30780 и 39780, а при $c = 5$ само числото 34785.

4. В квадратна мрежа са начертани триъгълник и успоредник. Ако лицето на триъгълника ABC е 72 кв.см, колко квадратни сантиметра е лицето на успоредника $ABED$?



А) 108 Б) 96 В) 81 Г) 54

Отговор: А. Тъй като $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ кв.ед., то 1 кв.ед. = $72 : 6 = 12$ кв.см. Тогава $S_{ABED} = 3 \cdot 3 = 9$ кв.ед. = $9 \cdot 12 = 108$ кв.см.

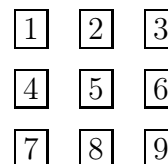
5. Изразът $\frac{(3^2)^3 \cdot 8^3}{288^2}$ е равен на: А) 1,5 Б) 4,5 В) $\frac{9}{8}$ Г) 1

Отговор: Б. $\frac{(3^2)^3 \cdot 8^3}{288^2} = \frac{3^6 \cdot 2^9}{2^{10} \cdot 3^4} = \frac{9}{2} = 4,5$.

6. В гаража на Емо 70% от колите бяха червени. Той си купи още 4 червени коли и така червените коли станаха 75%. Колко от колите на Емо не са червени?

А) 18 Б) 12 В) 9 Г) 6

Отговор: Г. Ако отначало Емо е имал x коли, нечервените са $30\%x = 25\%(x + 4)$. Оттук $x = 20$ и нечервените коли са $30\% \cdot 20 = 6$.



7. По колко начина Петър може да избере 5 от деветте картончета така, че сборът от числата на някои две от тях да не е 10?

А) 5 Б) 8 В) 12 Г) 16

Отговор: Г. Петър трябва да избере едно от числата 1 и 9, едно от числата 2 и 8, едно от числата 3 и 7, едно от числата 4 и 6 и числото 5. Това става по $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 16$ начина.

8. В редичка са записани няколко числа, първото от които е 19. Всяко следващо число се получава, като предишното се увеличи с 1 или се раздели на 2 или се раздели на 3. (Например, след 12 може да се запише 13, 6 или 4.) Последното число в редицката е 1. Колко най-малко числа има в тази редичка?
А) 7 Б) 8 В) 9 Г) 10

Отговор: А. Редичка със 7 числа е 19, 20, 10, 5, 6, 3, 1.

9. Семейство Колеви включва майка, баща и няколко деца. Средната възраст на семейството е 21, бащата е на 49 години, средната възраст на майката и децата е 14. Колко са децата в семейството?
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

Отговор: В. Ако децата са n на брой, сборът от годините на всички членове на семейството е $21(n+2) = 21n + 42$. Сборът от годините на майката и децата е $14(n+1) = 14n + 14$. Получаваме равенството $21n + 42 = 49 + 14n + 14$ и намираме $n = 3$.

10. В един клас някои ученици винаги казват истината, някои винаги лъжат, а останалите понякога лъжат и понякога казват истината. На въпроса *Колко от вас винаги казват истината?* те дали следните отговори:

5, 6, 2, 3, 4, 6, 3, 6, 4, 4, 6, 5, 4, 4 и 6.

Колко от учениците винаги казват истината?
А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5

Отговор: В. Ако n ученици казват истината, поне n от отговорите трябва да са n . Това условие е изпълнено само при $n = 4$.

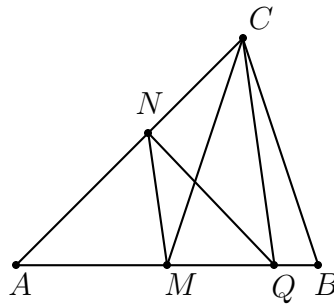
11. От двете страни на три картончета Петър записал по едно число. Шестте числа са различни и сборът от двете числа на всяко картонче е един и същ. Петър сложил картончетата на масата така: $\boxed{24}$ $\boxed{59}$ $\boxed{38}$. Оказало се, че трите числа, които не се виждат, са прости. Кое е най-голямото от скритите числа?

Отговор: 37. Числата на гърба на 24 и 38 са с еднаква четност, различни са и са прости. Следователно те са нечетни, а отгук сборът от числата на всяка картичка е нечетен. Тогава простото число на гърба на 59 е 2. Сборът е 61 и най-голямото от скритите числа е $61 - 24 = 37$.

12. Хари Потър получил кутия с 93 бонбона, някои от които с вкус на карамел, а останалите – с вкус на спанак. Той изял 20% от карамелените и 25% от спаначените бонбони. Оказало се, че точно половината от останалите бонбони са карамелени. Общо колко бонбона е изял Хари Потър?

Отговор: 21. Нека карамелените бонбони са x , а спаначените са y . Тъй като 80% от карамелените са колкото 75% от спаначените бонбони, то $16x = 15y$. Освен това $x + y = 93$ и намираме $x = 45$, $y = 48$. Отгук намираме, че Хари Потър е изял $9 + 12 = 21$ бонбона.

13. Точката M е среда на страната AB на триъгълника ABC . Лицето на $\triangle ABC$ е 120 кв.см, а точката N на страната AC е такава, че лицето на $\triangle AMN$ е 40 кв.см. Отсечката CQ е успоредна на MN .



Колко квадратни сантиметра е лицето на $\triangle MNQ$?

Отговор: 24. Тъй като CQ е успоредна на MN , то $S_{MNQ} = S_{MNC}$. Тъй като M е среда на страната AB , то $S_{AMC} = \frac{1}{2}S_{ABC} = 60$ кв.см. Тогава $S_{MNC} = S_{AMC} - S_{AMN} = 60 - 36 = 24$ кв.см. За съжаление има грешка в отговора на задача 13 за 6 клас. Отговорът е 20, а не 24.

Съответно в решението последното изречение е $60-40=20$ (а не $60-36=24$).

14. В турнир по футбол участвали 4 отбора, като всеки изиграл срещу всеки по една среща. За победа се получават 3 точки, за равен резултат 1 точка и за загуба 0 точки. В крайното класиране всички отбори събрали различен брой точки, като класираните на първите две места нямали загуба. С колко точки е отборът, класиран на първо място?

Отговор: 7. Да означим отборите според класирането А,Б,В,Г. Тъй като А и Б нямат загуба, то срещата между тях е завършила реми. Ако А има още две ремита, той не може да е първи, защото има 3 точки. Тогава А има или две победи, или една победа и едно реми. Ако А има една победа и едно реми, то Б трябва да има две ремита (за да има по-малко точки от А и за да няма загуба) и следователно Б има 3 точки. Тогава, ако В и Г са завършили реми, единият от тях има 3 точки, а ако някой от тях е победил, той има 4 или 5 точки и значи повече от точките на втория Б. Значи А има две победи (освен равенството с Б) и точките му са 7.

15. Да се намери числото n , ако е известно, че точно три от числата 56, 117, 234, 385, 1859 се делят на n .

Отговор: 13. Числата са: $7 \cdot 8$, $9 \cdot 13$, $2 \cdot 9 \cdot 13$, $5 \cdot 7 \cdot 11$ и $11 \cdot 13^2$. Ако едно просто число дели n , то трябва да се среща в поне 3 от числата. Такова число е само 13.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.