

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“- СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

7 декември 2013 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2013 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Кое е най-голямото цяло число, което е по-малко от числото $4a + b + 3c$, където

$$a = \frac{2^3 + 3^2}{3^3 + 2^2 + 1}, \quad b = \frac{5}{3} - \frac{3}{5}, \quad c = \frac{5^3 + 1}{2^3 + 1}?$$

А) 42 Б) 43 В) 44 Г) 45

2. Нека m и n са естествени числа, за които е изпълнено равенството

$$\frac{(2^2 \cdot 2^3)^4 \cdot (5^3 \cdot 5)^3}{10^6} = 2^m \cdot 5^n.$$

Да се намери $m + n$.

А) 20 Б) 6 В) 14 Г) 12

3. Нека x и y са такива числа, че изразът

$$4x^2 + 13y^2 - 12xy - 4y + 2$$

приема възможно най-малка стойност. Да се намери $2x + y$.

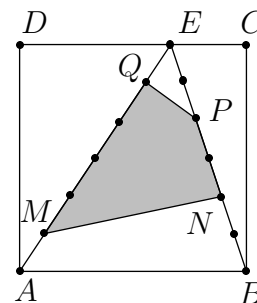
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4

4. Известно е, че $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 5$. Колко е

$$\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}?$$

А) $\frac{1}{5}$ Б) 1 В) $\frac{29}{10}$ Г) $\frac{17}{5}$

5. Даден е квадрат $ABCD$ със страна 12 см и точка E върху страната CD . Отсечките AE и BE са разделени на по 6 равни части, както е показано на чертежа. Да се намери лицето на четириъгълника $MNPQ$.



А) 32 Б) 36 В) 38 Г) 40

6. В триъгълника ABC е построена ъглополовящата BL , $L \in AC$. Известно е, че

$$\sphericalangle ALB : \sphericalangle CLB = 13 : 23.$$

Да се намери разликата на $\sphericalangle ACB$ и $\sphericalangle CAB$.

А) 60° Б) 50° В) 25° Г) не може да се определи

7. Всеки две цифри на четирицифреното число A са различни. Сумата от първите три цифри на A се дели на 9. Сумата от последните три цифри на A също се дели на 9. Да се намери сумата от цифрите на A .

А) 9 Б) 12 В) 15 Г) 18

8. Вътрешните ъгли на един триъгълник се отнасят както $2 : 3 : 4$. В какво отношение са външните ъгли на този триъгълник?

А) 5:6:7 Б) 4:5:6 В) 3:4:5 Г) 2:3:4

9. Николай пресметнал всички сборове на две или повече различни числа измежду числата $1, 2, 3, \dots, 13$ и си записал тези сборове, които са нечетни (всеки сбор толкова пъти, колкото е получен). Колко сбора е записал Николай?

А) 1017 Б) 2041 В) 3065 Г) 4089

10. Простите числа p и q и естественото число n са такива, че е изпълнено равенството

$$p^3q^2 + 45 = n!$$

(с $n!$ се означава произведението на всички естествени числа от 1 до n , т.е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$). Да се намери $p + q + n$.

А) 14 Б) 13 В) 24 Г) 23

11. Естественото число n е такова, че най-големият му естествен делител, различен от него самото, е по-голям с единица от куба на най-малкия му естествен делител, различен от 1. Да се намери n .

12. Едно естествено число се нарича палиндром, ако не се променя при прочитане на цифрите му отзад напред (например 101 и 15451). Иван изписал в нарастващ ред всички петцифрени палиндроми. Кое число стои на 50-то място в списъка на Иван?

13. Сборът от тъпите ъгли на един изпъкнал многоъгълник е равен на 2013° . Колко страни има този многоъгълник?

14. Колко са наредените двойки естествени числа (n, k) , за които

$$\text{НОК}(n, k) = 2013^2 ?$$

(Двойките $(1, 2013^2)$ и $(2013^2, 1)$ са различни наредени двойки.)

15. Най-много колко числа измежду числата

$$1, 2, \dots, 99, 100$$

можем да изберем така, че произведението на кои да е 11 от избраните числа да се дели на 6?