СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

7 декември 2013 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2013 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Кое число трябва да се махне от сумата

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12},$$

за да се получи 1?

А) $\frac{1}{4}$ **Б)** $\frac{1}{6}$ **В)** $\frac{1}{8}$ **Г)** $\frac{1}{12}$

2. Сумата на цифрите в десетичния запис на числото $2^{2013}5^{2016}$ е равна на:

А) 4 **Б)** 8 **В)** 11 **Г)** 15

3. Броят на отрицателните цели числа a, за които $|a-10|+|a+10|\leq 20$ е равен на:

А) 10 **Б)** 11 **В)** 20 **Г)** 21

4. На Новогодишна разпродажба в книжарница книгите се продават на половин цена. В допълнение, купон дава 20% намаление от тази цена. Колко процента е намалението на оригиналната цена на книга, купена с купон?

А) 10 **Б)** 33 **В)** 40 **Г)** 60

5. Нека a и b са естествени числа, по-малки от 101. Най-малката възможна стойност на израза $2a^2-ab$ е равна:

А) -1250 **Б)** -1200 **В)** -1150 **Г)** -1100

6. Две страни на триъгълник имат дължини 10 и 15, а височината към третата страна е средноаритметично на другите две височини. Третата страна на триъгълника е равна на:

А) 6 **Б)** 8 **В)** 9 **Г)** 12

7. Сумата на всички прости числа между 1 и 100, които дават остатък 1 при деление на 4 и остатък 4 при деление на 5, е равна на:

А) 118 **Б)** 137 **В)** 158 **Г)** 187

8. Броят на целите числа n, за които числото $\frac{n}{n-420}$ е квадрат на цяло число, е равен на:

А) 2 **Б)** 4 **В)** 6 **Г)** 8

9. Върху страните AB и BC на квадрат $ABCD$ са взети съответно точки E и F така, че правите през тези точки, успоредни съответно на BC и AB разделят $ABCD$ на два квадрата и два правоъгълника. Ако сумата от лицата на двата квадрата е $\frac{9}{10}$ от лицето на $ABCD$, то

$$\frac{AE}{EB}+\frac{EB}{AE}$$

е равно на:

А) 18 **Б)** 19 **В)** 20 **Г)** 21

10. Нека x и y са естествени числа, за които

$$x^2 + 82x + 2013 = y^2.$$

Тяхната сума е равна на:

А) 123 **Б)** 124 **В)** 125 **Г)** 126

11. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AB = 125$, $BC = 120$ и $CA = 117$. Ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ пресичат BC и AC съответно в точки L и K. Нека M и N са петите на перпендикулярите от C към BK и AL. Да се намери MN.

12. Да се намери броят на естествените числа k, за които числото 2013, записано в k-ична бройна система, завършва на цифрата 3.

13. Нека a, b, c са реални числа, за които

$$a + b + c = 3 \text{ и } a^2 + b^2 + c^2 = 9.$$

Да се намери разликата между най-голямата и най-малката възможни стойности на c.

14. Нека $a_1, a_2, a_3, \ldots$ е редица от естествени числа, за които $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$ за произволни естествени числа m и n. Да се намери a_1, ако $a_1 \leq 100$ и a_{100} се дели на 101.

15. От редицата на естествените числа са изтрити тези, чиито квадрати завършват с цифрите 256. Кое число е записано на 2013-то място в новополучената редица?