Математически турнир „Иван Салабашев“, 2014 г.

Решения на задачите от темата за 6. клас

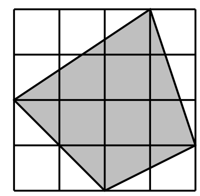
1. Стойността на израза $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{6}\right):\left(-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}\right)$ е: **А)** $\frac{7}{12}$ **Б)** $\frac{4}{21}$ **В)** $\frac{4}{39}$ **Г)** $-\frac{7}{12}$

Отговор: Б. $\frac{4}{21}$

2. Колко е x, ако $\frac{4}{3}-3.\left(x-\frac{1}{9}\right)=\frac{7}{6}$? **А)** $-\frac{1}{18}$ **Б)** $-\frac{17}{18}$ **В)** $-\frac{1}{6}$ **Г)** $\frac{1}{6}$

Отговор: Г. $x=\frac{1}{6}$

3. На чертежа страната на малките квадратчета е 1 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на оцветения четириъгълник?
А) 8 **Б)** $8,5$ **В)** $9,5$ **Г)** 9



Отговор: Б. $8,5$ кв. см. Лицето на големия квадрат е 16 кв. см., а лицата на четирите половинки правоъгълници са съответно $1, 2, 3$ и $1,5$. Търсеното лице е $16-1-2-3-1,5=8,5$ см.

4. Числото $\overline{2014a2014}$ се дели на 3, но не се дели на 9, а числото $\overline{2014a5}$ се дели на 5, но не се дели на 25. Броят на различните цифри a с това свойство е:

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3

Отговор: Б. От първото условие имаме, че $a=1$ или $a=7$. Само $a=1$ удовлетворява и второто условие.

5. Мечо Пух пътувал в един от осемте вагона на горския влак. Той забелязал, че сборът от номерата на вагоните пред неговия вагон е равен на сбора от номерата на вагоните след него. Кой е номерът на вагона на Мечо Пух? **А)** 5 **Б)** 6 **В)** 7 **Г)** 8

Отговор: Б. С директна проверка се намира, че вагонът на Мечо Пух е 6.

6. Емил тръгнал на път, като напълнил с гориво резервоара на колата си. Когато изминал една трета от пътя, забелязал, че резервоарът е пълен на 75%. На колко процента ще е пълен резервоарът, когато Емил стигне половината от пътя си?

А) 37,5% **Б)** 50% **В)** 62,5% **Г)** 66,6%

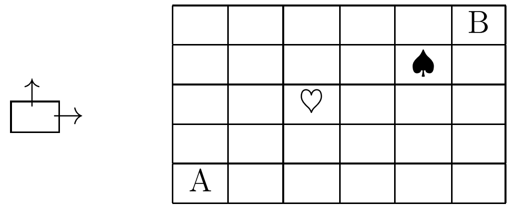
Отговор: В. За целия път ще се изразходва 75% от горивото. За половината път ще се изразходва $37,5\%$ и значи остават $62,5\%$.

7. Хари Потър има кутия с всякаквовкусови бонбони. Бонбоните са еднакви на вид, но една четвърт от тях са лютиви. Хари изял една четвърт от бонбоните и отбелязал, че само една пета от изядените бонбони не са били лютиви. Каква част от останалите бонбони са лютиви?

А) $\frac{4}{15}$ **Б)** $\frac{1}{4}$ **В)** $\frac{1}{15}$ **Г)** $\frac{1}{20}$

Отговор: $\frac{1}{15}$. Изядени са $\frac{1}{20}$ не лютиви бонбони и $\frac{1}{5}$ лютиви. Тогава остават $\frac{1}{20}$ лютиви бонбони и търсим каква част са те от всички останали $\frac{3}{4}$ бонбони, т.е. $x.\frac{3}{4}=\frac{1}{20}$. Следователно $x=\frac{1}{15}$.

8. От всяко поле на чертежа може да се премине в съседното му горно или дясно поле.



Колко различни пътя водят от A до B, минават през полето със ♡ и не минават през полето с ♠? **А)** 18 **Б)** 20 **В)** 24 **Г)** 36

<u>Отговор: В.</u> От A до ♡ има 6 пътя, а от ♡ до B без да минаваме през ♠ има 4 пътя. Общо 24 пътя.

9. В таблицата оцветих четири полета в жълто и други четири – в синьо. Ако сборът от числата в сините полета е 3 пъти по-голям от сбора на числата в жълтите, кое число е в неоцветеното поле? **А)** 23 **Б)** 18 **В)** 4 **Г)** 2

4	17	18
7	14	9
23	2	6

<u>Отговор: В.</u> Сборът от числата в таблицата е 100. Ако неоцветеното число е x, то сборът на числата в жълтите полета е $(100 - x) : 4$. Това число е цяло, само когато числото x от таблицата е 4. В жълтите полета са 2, 6, 7 и 9.

10. Хърмаяни има 7 охлюва и 7 бонбона. С магия тя може да превърне 3 бонбона в 2 охлюва или да превърне 4 охлюва в 9 бонбона. С няколко магии Хърмаяни може да получи:

А) 3 охлюва и 11 бонбона
Б) 10 охлюва и 10 бонбона
В) 4 охлюва и 14 бонбона
Г) 7 охлюва и 13 бонбона

<u>Отговор: Г.</u> Броят на охлювите е винаги нечетен, а броят на бонбоните дава остатък 1 при деление на 3. На това условие отговаря само Г). Пример: $(7,7) \longrightarrow (9,4) \longrightarrow (5,13) \longrightarrow (7,10) \longrightarrow (9,7) \longrightarrow (5,16) \longrightarrow (7,13)$.

11. Върху отсечка AB със среда точка X са избрани точки C и D (точка C е между точките A и D). Ако отсечките AD, CD и BC в някакъв ред са равни на 2 см, 3 см и 11 см, да се намери $XC + XD$.

<u>Отговор: 8.</u> Понеже отсечките BC и AD са по-големи от BC, то $BC = 2$. Тогава $AD = 3$ и $BC = 11$ или $AD = 11$ и $BC = 3$. Двата случая са симетрични и при първия имаме $XD = 3$ и $XC = 5$, т.е. $XC + XD = 8$.

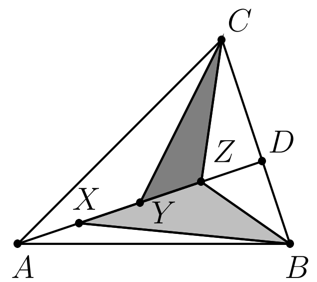
12. На рождения ден на Билбо дошли не повече от 70 гости, като 52% от тях били хобити. Към края на вечерта трима от гостите си тръгнали и Билбо отбелязал, че вече 50% от гостите са хобити. Колко хобити са гостували на Билбо?

<u>Отговор: 13.</u> Тъй като $52\% = \dfrac{52}{100} = \dfrac{13}{25}$, то броят на гостите се дели на 25. Значи те са 25 или 50. След като си тръгнали трима останалите гости трябва да са четен брой. Следователно те са 25 и хобитите са $52\%.25 = 13$.

13. В турнир по футбол участвали 6 отбора, като всеки изиграл срещу всеки по една среща. За победа се дават 4 точки, за равен резултат по 2 точки на всеки от двата отбора и за загуба се присъжда 1 точка. Ако общият сбор от точките на шестте отбора е 69, колко от срещите са завършили с равен резултат?

Отговор: 6. Ако всички срещи са завършили с победа, в турнира ще има обща $15.5 = 75$ точки. Всяка равна с реща намалява този брой с 1 точка и следователно равните срещи са 6.

14. Върху страната BC на триъгълник ABC е избрана точка D, за която $BD = 2$ см. Точките X, Y и Z от отсечката AD са такива, че $AX = XY = YZ = ZD$.



Ако лицата на триъгълниците BXZ и CYZ са равни, колко сантиметра е отсечката CD?

Отговор: 4 см.. Понеже $S_{BXZ} = \dfrac{1}{2}S_{ABD}$ и $S_{CYZ} = \dfrac{1}{4}S_{ACD}$, то $2S_{ABD} = S_{ACD}$ и следователно $CD = 2BD = 4$ см.

15. На заседание на комисията по *Нищоправене*, съставена от 35 човека, присъствали част от членовете ѝ. По време на заседанието всеки от тях казал по нещо лошо за трима от отсъстващите. Ако за всеки от отсъстващите били казани по 2 лоши неща, колко члена на комисията са присъствали на заседанието?

Отговор: 14. Ако на заседанието са присъствали x човека, то от условието следва, че $3x = 2(35 - x)$. От това уравнение намираме $x = 14$.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.