

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

5 декември 2015 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2015 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Колко на брой са целите числа, които са не по-малки от $\frac{3}{7} - \frac{7}{3}$ и не по-големи от $\frac{11}{7} + \frac{7}{3}$?
А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8
2. Ако m и n са естествени числа, за които
$$\frac{14^m(3^4 - 5^2)}{2(18^2 + 18 + 1)^3} = 2^{12}7^n,$$
 да се намери $m + n$.
А) 10 Б) 6 В) 14 Г) 12
3. Ако $a - b = 5$, на колко е равно $a^2 - b^2 - 10b$?
А) 0 Б) 10
В) 25 Г) не може да се определи
4. В един град живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Трина жители на града пътували заедно в метрото и на една спирка всеки от тях казал по две твърдения: „Това е спирка M . Следващата спирка е N “, казал първият, „Това е спирка N . Предишната спирка беше K “, казал вторият, а третият казал „Предишната спирка беше K . Тази спирка е M “. Колко от тези трима жители са рицари?
А) не може да се определи Б) 0
В) 1 Г) 2
5. За колко различни цели стойности на n числото $\frac{3n + 40}{n - 4}$ е цяло?
А) 0 Б) 6 В) 10 Г) 12
6. Върху права са нанесени точки A, B, C, D, E и F в този ред отляво надясно, като $AB = BC = 6, CD = DE = 5$ и $EF = 4$.
Колко е разстоянието между средите на отсечките AB и EF ?
А) 0 Б) 21
В) 22 Г) не може да се определи
7. Колко са естествените числа, които делят 9000 и не са точни квадрати?
А) 36 Б) 40 В) 42 Г) 48
8. Колко са естествените числа, по-малки от 100000, които завършват на 37 и се делят на 37?
А) 20 Б) 26 В) 27 Г) 28
9. По окръжност са написани 17 числа с обща сума 200. Известно е, че сумата на кои да е 4 съседни числа е поне 43. Колко най-много може да бъде най-голямото число на окръжността?
А) 28 Б) 33 В) 27 Г) 34
10. Едно естествено число се нарича *важно*, ако сумата от цифрите му е просто число. Колко най-много измежду 5 последователни естествени числа могат да бъдат важни?
А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5

- 11.** Известно е, че шестте ъгъла на триъгълниците ABC и KLM могат да се разпределят в три двойки така, че във всяка двойка да има по един ъгъл от всеки от двата триъгълника и сумата или разликата на ъглите във всяка двойка да е 90° . Единият от двата триъгълника е остроъгълен. Каква е градусната мярка на най-големият от шестте ъгъла?
- 12.** Естествените числа a и b има най-голям общ делител d и най-малко общо кратно M . Известно е, че $10(M - d) = ab$. Колко такива двойки (a, b) са възможни?
- 13.** Даден е правилен n -ъгълник M , $n \geq 3$. Николай преброил триъгълниците с върхове измежду върховете на M , които нямат обща страна с M . Въпреки че сбъркал при броенето, той правилно установил, че въпросният брой е трицифрено число, което е по-малко от 150. Да се намери n .
- 14.** Колко са естествените числа x , ненадминаващи 1000, за които $x^2 - x$ се дели на 2015?
- 15.** В кафене 37 студенти по информатика и по математика пият кафе и чай. Известно е, че студентите по информатика лъжат, когато пият кафе, и казват истината, когато пият чай, а студентите по математика обратно – лъжат, когато пият чай, и казват истината, когато пият кафе. На въпроса „Кафе ли пиете?“ с „Да“ отговорили 20 студента, а на въпроса „Вие математика ли следвате?“ с „Да“ отговорили 12 студента. След малко в кафенето влязал ученик и казал „Навън вали дъжд!“, с което се съгласили 16 студента (всички са знаели дали вали или не). Колко студенти по информатика са пиели чай в този момент?