Математически турнир „Иван Салабашев“, 2015 г.
Решения на задачите от темата за 5. клас

1. Ако $a = 0,0002$ и $b = 0,05$, пресметнете $a.b$.

А) 0,0001 **Б)** 0,00001 **В)** 0,000001 **Г)** 0,0000001

Отговор: Б. Произведението трябва да е с $4+2 = 6$ знака след запетаята, от които последният (0) е пропуснат.

2. С колко произведението на 23,6 и 7,39 е по-голямо от произведението на 2,36 и 23,9?

А) 116 **Б)** 117 **В)** 118 **Г)** 119

Отговор: В. $23{,}6 \,.\, 7{,}39 - 2{,}36 \,.\, 23{,}9 = 23{,}6 \,.\, 7{,}39 - 23{,}6 \,.\, 2{,}39 = 23{,}6 \,.\, 5 = 118$.

3. Когато изтекъл първият час от теста на Ели, отговорените ѝ въпроси били три пъти по-малко от неотговорените. Тя заработила по-бързо и написала още 28 отговора, така че в края на теста отговорените ѝ въпроси станали пет пъти повече от неотговорените. На колко въпроса общо е дала отговор Ели?

А) 40 **Б)** 55 **В)** 70 **Г)** друг отговор

Отговор: А. Общият брой въпроси се дели на 4 и 6, така че нека е $12x$. В началото на теста Ели е имала $3x$ отговора, а в края – $10x$. Разликата е $7x = 28$, откъдето $x = 4$ и отговорът е $10x = 40$.

4. Получих следните оферти за телефонни услуги: *Оферта А.* Месечна такса от 15 лв. и цена 5 ст. за всеки разговор. *Оферта Б.* Месечна такса от 8 лв. и цена 8 ст. за всеки разговор. Колко най-малко разговора трябва да проведа на месец, за да бъде *Оферта А* по-евтина от *Оферта Б*?

А) 214 **Б)** 224 **В)** 234 **Г)** 244

Отговор: В. Разликата в месечните такси е 700 ст., а в цените на разговорите е 3 ст. Понеже $700 : 3 = 233$ (ост. 1), необходими са поне 234 разговора.

5. Ламята се подложила на пластична операция за утрояване на броя на главите си. Около месец по-късно, измъчвана от ужасно главоболие, помолила Иван Юнака да отреже 49 от допълнително присадените глави, понеже се оказали с ниско качество. Те се оказали толкова некачествени, че след намесата на Иван на тяхно място не поникнало нищо ново и тя останала само с пет глави повече от първоначалното. Колко глави е имала ламята най-накрая?

А) 34 **Б)** 36 **В)** 38 **Г)** друг отговор

Отговор: Г. Ако отначало е имала x глави, то при операцията ги е увеличила с $2x = 49+5 = 54$ глави, откъдето $x = 27$. Отговор $27 + 5 = 32$ глави.

6. Баба приготвила три вида закуски: банички, мекици и сандвичи. Баничките били с две повече от сандвичите, а мекиците – с три повече от баничките. Колко закуски може да е приготвила баба?

А) 82 **Б)** 92 **В)** 93 **Г)** 95

Отговор: А. Ако сандвичите са x, баничките са $x+2$, мекиците са $x+5$, така че общият брой е $3.x + 7$. От предложените числа такова е само 82.

7. Всички двуцифрени числа са записани на карти (по едно на карта). Колко най-малко карти да избера, без да гледам, за да е сигурно, че поне шест от тях имат равни сборове на цифрите си?

А) 67 **Б)** 71 **В)** 75 **Г)** 79

Отговор: Б. Има 1 карта със сбор 1, 2 със сбор 2, 3 със сбор 3, 4 със сбор 4; 1 със сбор 18, 2 със сбор 17, 3 със сбор 16, 4 със сбор 15; останалите сборове са от 5 до 14 и от всеки от тях има поне по 5 карти. Ако извадя $(1+2+3+4).2+10.5=70$ карти, може да са по най-много пет за всеки сбор. Ако извадя 71, ще има поне 6 от някой.

8. На двора има бял трендафил (което на гръцки значи „с 30 листенца“) и розова столистна роза. На двата храста има общо три пъти повече розови листенца, отколкото бели (приемаме, че името на храста съответства на броя на листенцата във всеки негов цвят). Какъв е най-малкият възможен общ брой цъфнали цветове на двата храста? **А)** 8 **Б)** 13 **В)** 19 **Г)** 23

Отговор: В. Ако на трендафила са цъфнали x цвята, то белите листенца са $30.x$. Тогава розовите са $90.x$ и трябва да са кратни на 100, така че най-малкото възможно x е 10. Тогава розовите листенца са 900 и са на 9 цвята; общо има $10+9=19$ цвята.

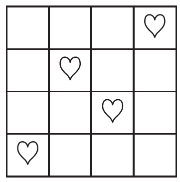
9. Колко са трицифрените числа, записани само с четни цифри, поне една от които е 8?

А) 48 **Б)** 52

В) 58 **Г)** друг отговор

Отговор: Б. Трицифрените числа, записани само с четни цифри, са $4.5.5=100$. От тях тези, които не съдържат 8, са $3.4.4=48$. Остават 52.

10. Колко са правоъгълниците (включително квадрати) на фигурата, които имат точно две ♡?



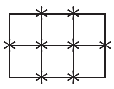
А) 14 **Б)** 15

В) 16 **Г)** друг отговор

Отговор: Г. За долните две съседни ♡ има 4 правоъгълника, които ги съдържат. За горните две съседни ♡ има също 4, а за средните две има 9. Общо 17.

11. По шосето от град Р за град С се намират ресторантите А, Б, В, Г. Те са на разстояния съответно 73 км, 109 км, 145 км и 296 км от град Р. Един от ресторантите е на равни разстояния от Р и С. Колко км е дълго шосето?

Отговор: 592. Понеже $296>2.145$, никой от първите три не може да е в средата на пътя. Тогава целият път е $2.296=592$ км.

12. На фигурата  е показан правоъгълен район от град (линиите са улиците). В него има 6 еднакви квартала (квадратчетата) и 8 кръстовища (точките, в които се събират три или четири улици – отбелязани са с $*$). Колко най-малко кръстовища има в правоъгълен район с 2015 еднакви квартала?

Отговор: 2108. Имаме $2015=5.13.31$. При размери 1×2015 кръстовищата са $2.2016-4=4028$. При размери 5×403 кръстовищата са $6.404-4=2420$. При размери 13×155 кръстовищата са $14.156-4=2180$. При размери 31×65 кръстовищата са $32.66-4=2108$.

13. Колко са четирицифрените числа, в които има точно две съседни еднакви цифри, като например 2237, 3003 или 4944, но не и като 6667 или 8899.

Отговор: 2187. Ако изтрием една от двете еднакви цифри, получаваме трицифрено число с различни съседни цифри. Броят на всички такива числа е $9.9.9=729$. При това имаме три избора коя от трите цифри да е била бившата двойна и $729.3=2187$.

14. От къщата на Пух до къщата на Прасчо може да се стигне или напряко, за което има 3 преки пътечки, или като се мине край къщата на Зайо. От къщата на Пух за тази на Зайо също има 3 пътечки, а от къщата на Зайо до тази на Прасчо има 4 пътечки. Пух иска да посети Прасчо точно веднъж и да се върне, като не използва никоя пътечка повече от веднъж.

Колко са различните му възможни маршрути? (Маршрути, които се различават по посоката на движение, се считат за различни.)

Отговор: 150. Ако не се минава край Зайо, има 3 варианта на отиване и 2 на връщане, т.е. $3.2 = 6$ маршрута. Ако само на отиване се минава край Зайо, има $3.4.3 = 36$ маршрута. Ако само на връщане се минава край Зайо, има $3.4.3 = 36$ маршрута. Ако и в двете посоки се минава край Зайо, има $3.4.3.2 = 72$ маршрута. Общо 150 маршрута.

15. Лятната ваканция на Емо продължила 92 дни. От тях той играл футбол в 75 дни, волейбол в 71 дни и карти в 69 дни, а плувал в 64 дни. Само в три от дните той успял да играе и футбол, и волейбол, и карти и да плува. В колко от дните е играл и футбол, и волейбол?

Отговор: 54. В $92 - 75 = 17$ от дните е пропуснал футбола, в $92 - 71 = 21$ дни е пропуснал волейбола, в $92 - 69 = 23$ е пропуснал картите, а в $92 - 64 = 28$ дни – плуването. Той има пропуск в $92 - 3 = 89$ дни и понеже $17 + 23 + 21 + 28 = 89$, е пропускал точно по едно нещо на ден. Тогава Емо е играл футбол и волейбол в $92 - 17 - 21 = 54$ дни.

Задачите от тази тема са предложени от Ивайло Кортезов.