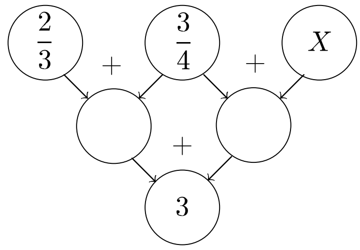
Математически турнир „Иван Салабашев“, 2017 г.
Решения на задачите от темата за 5. клас

1. Колко двуцифрени числа се делят на 6?

А) 14 **Б)** 15 **В)** 16 **Г)** 17

Отговор: Б.



2. Кое число е означено с X?

А) 1 **Б)** $\dfrac{5}{6}$ **В)** $\dfrac{7}{12}$ **Г)** $\dfrac{2}{3}$

Отговор: Б.

3. Ако сборът $\overline{2X} \cdot 22 + \overline{3X} \cdot 33$ се дели на 6, коя е цифрата X?

А) 1 **Б)** 2 **В)** 4 **Г)** 7

Отговор: В.

4. В кутия има 7 жълти, 17 червени и 27 зелени ябълки. Най-малко колко ябълки трябва да извадя от кутията, без да гледам, за да е сигурно, че сред тях ще имам ябълки и от трите цвята?

А) 34 **Б)** 35 **В)** 44 **Г)** 45

Отговор: Г. Ако извадя 44 ябълки, те може да са само червени и зелени. Ако извадя 45, непременно ще има и от трите цвята.

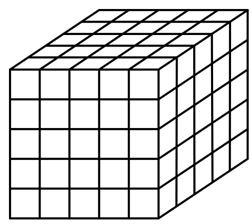
5. Колко е $\heartsuit + ☺$ в редицата

$$1, 2, 3, 4, 5, 8, 7, 16, 9, 32, \heartsuit, ☺\ ?$$

А) 75 **Б)** 59 **В)** 57 **Г)** 55

Отговор: А. $11 + 64 = 75$.

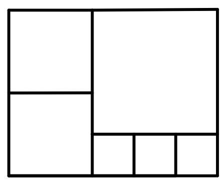
6. Боядисан куб е разрязан на 125 еднакви кубчета. Колко от кубчетата имат по нечетен брой боядисани стени?



А) 58 **Б)** 62 **В)** 64 **Г)** 72

Отговор: Б. Това са 8-те във върховете на куба (всяко с по три оцветени стенички) и по $3.3 = 9$ на всяка стена (всяко с по една оцветенаステничка). Общо $8 + 6.9 = 62$.

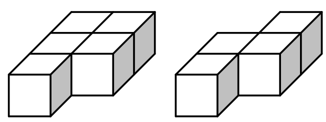
7. Правоъгълникът на чертежа е сглобен от квадрати и има обиколка 144 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на правоъгълника?



А) 1120 **Б)** 1280 **В)** 1320 **Г)** 1440

Отговор: Б.

8. От еднакви кубчета слепих две блокчета. За боядисване на цялата повърхност на блокчето от пет кубчета са нужни 50 грама боя. Колко грама боя са нужни, за да се боядиса цялата повърхност на блокчето от 4 кубчета?



А) 35 **Б)** 40 **В)** 45 **Г)** 50

Отговор: В. За 20 квадратчета са нужни 50 грама, значи за 2 квадратчета са 5 грама и оттук за 18 квадратчета – 45 грама.

9. Чочо и Боко си купили еднакви бонбони. Един бонбон струва повече от 1 ст. Чочо платил 5 лв. 75 ст., Боко платил 8 лв. 28 ст. След това Боко изял третината от своите бонбони, а Чочо изял 3 бонбона. Колко бонбона са им останали общо?

А) 55 **Б)** 46 **В)** 37 **Г)** 28

Отговор: Б. Цената на един бонбон е НОД(575, 828) $= 23$ ст. Чочо е купил 25 бонбона, а Боко – 36 бонбона. Останали са им $24 + 22 = 46$ бонбона.

10. Една ламя имала три глави. Ако някой отреже някоя глава, на нейно място пониквали пет нови. Юнакът рязал, рязал, докато накрая ламята се оказала с много глави. Кое от следните числа със сигурност НЕ е било броят на главите ѝ?

А) 91 **Б)** 93 **В)** 95 **Г)** 99

Отговор: Б. След всяко рязане главите нарастват с 4, така че броят им винаги дава остатък 3 при деление на 4.

11. Всяка от буквите Н, С, О, Р и Г замених с **нечетна** цифра така, че на различни букви съответстват различни цифри и числото:

- НОСОРОГ се дели на 9
- НОС се дели на 5, но не се дели на 3.

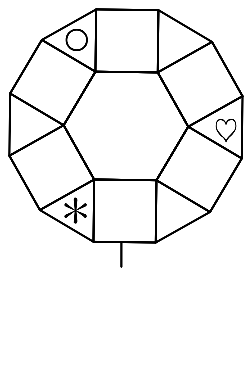
На колко е равно произведението Р . О . Г ?

Отговор: 27. Сборът на цифрите е $25 + 2$. О и се дели на 9, следователно О е 1. От второто условие С е 5 и тъй като Н15 не се дели на 3, то Н е 7. Тогава Р и Г са 3 и 9 и търсеното произведение е 27.

12. Отбор юнаци се подредили в редица и се преброили така: 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1 и т.н. След това, без да се разместват, се преброили така: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, и т.н. Оказало се, че точно 46 юнаци са казали едно и също число и при двата начина на броене. Колко са юнаците?

Отговор: 134. Тъй като НОК(4, 6) $= 12$, двата номера на всеки юнак са същите като на 12-тия след него. Измежду първите 12 точно 4 получават еднакви номера при двата начина на броене (те са първите четирима). Тъй като $46 = 4.11 + 2$, юнаците са $12.11 + 2 = 134$.

13. В шестоъгълника, квадратите и триъгълниците на чертежа трябва да нарисувам $\ast$, $\heartsuit$ или $\circ$ така, че във всеки две фигури с обща страна да има различни рисунки. По колко различни начина мога да направя това?



Отговор: 27. Фигурата в шестоъгълника може да се избере по 3 начина. Ако тя е $\heartsuit$, еднозначно се определят фигурите в квадратите до триъгълниците с $\ast$ и $\circ$. Съседните триъгълник и квадрат могат да се попълнят по 3 начина, затова има $3.3.3 = 27$ различни начина за попълване.

14. По едно шосе подред са разположени спирки с номера $1, 2, 3, \ldots, 99$. Обикновен автобус изминава разстоянието между две поредни спирки за 2 минути. Бърз автобус спира само на спирките, чийто номер дава остатък 1 при деление на 7, и изминава разстоянието между две поредни такива спирки за 9 минути. Автобусите се движат и в двете посоки. Ако престоите

на спирките и прехвърлянията от един автобус на друг не отнемат време, за колко най-малко минути може да изминем разстоянието от спирка номер 9 до спирка номер 90?
Отговор: 111. Най-краткото време от спирка 9 до спирка 15 е 2 минути до спирка 8 плюс 9 минути с бърз автобус до спирка 15, общо 11 минути. Най-краткото време от спирка 15 до спирка 85 е 90 минути с бърз автобус. Най-краткото време от спирка 85 до спирка 90 е $5.2 = 10$ минути с обикновен автобус. Общо $11 + 90 + 10 = 111$ минути.

15. Дадени са три кутии: една с един камък, една с два камъка и една с k камъка. Двама души играят, редувайки се. Който е на ход, взема един или повече камъни от някоя кутия. Който не може да играе, губи, а другият печели. Известно е, че вторият може да спечели независимо как играе първия. Намерете k.
Отговор: 3. Ако камъните са $(0; 0; x)$, то първият печели, вземайки x. Ако камъните са $(0; 1; 1)$, то всеки ход на първия оставя втория в печеливша позиция, т.е. $(0; 1; 1)$ е губеща позиция (редът на трите числа не е съществен). Позицията $(0; 1; x)$ е печеливша при $x > 1$ (ходът на първия е да сведе x до 1). Ако камъните са $(0; 2; 2)$, то всеки ход на първия оставя втория в печеливша позиция, т.е. $(0; 2; 2)$ е губеща позиция. Позицията $(0; 2; x)$ е печеливша при $x > 2$ (ходът на първия е да сведе x до 2). Позициите $(1; 1; x)$ и $(2; 2; x)$ са печеливши при $x > 0$ (ходът на първия е да сведе x до 0). Ако камъните са $(1; 2; 3)$, то всеки ход на първия оставя втория в позиция, която вече сме определили като печеливша, т.е. $(1; 2; 3)$ е губеща позиция. Тогава позицията $(1; 2; x)$ е печеливша при $x > 3$ (ходът на първия е да сведе x до 3).