СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“– СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

2 декември 2017 г.

Тема за 8–9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2017 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. В израза $\dfrac{x+1}{x-1}$ заместваме x с $\dfrac{y+1}{y-1}$. Полученият израз е равен на:

А) $\dfrac{y+1}{y-1}$ **Б)** $\dfrac{y-1}{y+1}$ **В)** y **Г)** $\dfrac{1}{y}$

2. Нека $x=-10$. Числото $|||x|-x|-|x||-x$ е равно на:

А) -20 **Б)** -10 **В)** 10 **Г)** 20

3. Пет отсечки имат дължини съответно 1, 3, 5, 7 и 9. Колко различни триъгълници могат да се построят с три от тези отсечки?

А) 4 **Б)** 3 **В)** 2 **Г)** 1

4. Едната страна на правоъгълник е увеличена с 25%. С колко процента трябва да се увеличи другата страна така, че лицето на правоъгълника да се увеличи с 35%?

А) 4% **Б)** 6% **В)** 8% **Г)** 10%

5. Нека a, b, c са три различни едноцифрени числа. Най-голямата стойност на сумата на корените на уравнението

$$(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)=0$$

е равна на:

А) $\dfrac{31}{2}$ **Б)** $\dfrac{33}{2}$ **В)** $\dfrac{35}{2}$ **Г)** $\dfrac{37}{2}$

6. Нека a и b са различни реални числа, за които

$$a+\frac{2}{a}=b+\frac{2}{b}.$$

Числото ab е равно на:

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

7. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AB=AC=28$ и $BC=20$. Нека D, E и F са точки съответно върху страните AB, BC и AC така, че DE и EF са успоредни съответно на AC и AB . Периметърът на четириъгълник $ADEF$ е равен на:

А) 28 **Б)** 56 **В)** 84 **Г)** 112

8. Едно трицифрено число дава остатъци 1, 3 и 10 при деление съответно на 9, 10 и 11. При деление на 13 това число дава остатък:

А) 1 **Б)** 3 **В)** 5 **Г)** 7

9. Нека x и y са естествени числа, за които $3x^2y^2+y^2=12x^2+52$. Числото x^2+y^2 е равно на:

А) 10 **Б)** 17 **В)** 20 **Г)** 25

10. Нека $ABCD$ е квадрат с лице 3, M и N са средите на страните AB и BC и K е пресечната точка на AN и CM. Лицето на четириъгълник $AKCD$ е равно на:

А) $\dfrac{2}{2}$ **Б)** $\dfrac{3}{2}$ **В)** $\dfrac{4}{2}$ **Г)** $\dfrac{5}{2}$

11. Да се намери най-малкото естествено число n такова, че както и да се представи 10^n като произведение на две естествени числа поне едно от тези числа има цифра 0.

12. Нека a, b, c са реални числа, за които

$$a + b + c = 3 \text{ и } a^2 + b^2 + c^2 = 9.$$

Да се намери произведението на най-малката и най-голямата възможна стойност на c.

13. Нека $n = 2017^2 + 2^{2017}$. Да се намери последната цифра на числото $n^2 + 2^n$.

14. Нека A е множество от m последователни цели числа със сума $2m$, а B е множество от $2m$ последователни цели числа със сума m. Да се намери m, ако абсолютната стойност на разликата на най-големите елементи на A и B е 100.

15. Да се намери броят на естествените числа от 1 до 1000 включително, които могат да се представят като разлика на квадратите на две неотрицателни цели числа.