

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ  
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

---

Математически турнир „Иван Салабашев“

2 декември 2017 г.

Тема за 10., 11., 12. клас

(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2017 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

**Задача 1.** Точка  $B$  лежи на едното рамо на остър ъгъл с връх точка  $A$ , а точка  $C$  се движи върху другото рамо така, че  $\triangle ABC$  е остроъгълен. Нека  $AA_1$  и  $CC_1$  са височини в  $\triangle ABC$  ( $A_1 \in BC$ ,  $C_1 \in AB$ ). Да се докаже, че правата  $A_1C_1$  минава през постоянна точка.

**Задача 2.** Да се намерят всички естествени числа  $a$  и  $b$ , за които числото  $a^4 + a^2b^2 + b^4$  има само един прост делител.

**Задача 3.** а) Да се докаже, че ако  $x, y, z > 0$  и  $xyz = 1$ , то

$$\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1.$$

б) Да се намерят всички реални числа  $t > 0$ , за които неравенството

$$\frac{x}{t+x+xy} + \frac{y}{t+y+yz} + \frac{z}{t+z+zx} \leq \frac{1}{t}$$

е изпълнено за произволни реални числа  $x, y, z > 0$ .