

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

22 март 2015 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Кое от следните числа е най-близо до произведението $20,15 \times 51,02$?

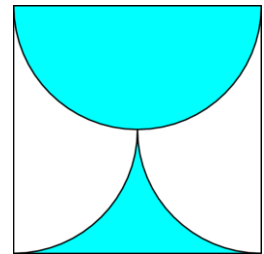
- A) 100 B) 1000 C) 10000 D) 100000 E) 1000000

2. След като изпраля прането, майката простряла тениските на въжето за сушене и помолила децата да сложат по един чорап между всеки две тениски. Сега на въжето се сушат 29 парчета. Колко са тениските на въжето?

- A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

3. Затъмнената част от квадрата със страна a е ограничена от полуокръжност и две дъги, всяка от които е четвърт окръжност. Лицето на затъмнената част е:

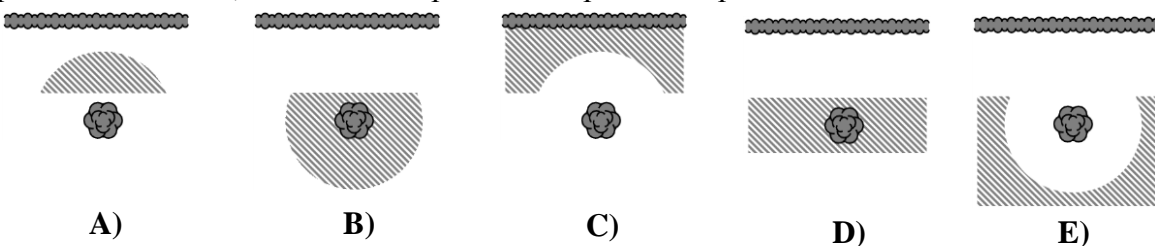
- A) $\frac{\pi a^2}{8}$ B) $\frac{a^2}{2}$ C) $\frac{\pi a^2}{2}$ D) $\frac{a^2}{4}$ E) $\frac{\pi a^2}{4}$



4. Три съученички – Ани, Бети и Кати – си купили пакетче с 30 бонбона, като всяка от тях взела 10 бонбона. За покупката Ани дала 80 стотинки, Бети – 50 стотинки и Кати – 20 стотинки. Ако трите решат да разпределят бонбоните пропорционално на дадените пари, колко допълнително бонбони ще получи Ани?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. Мистър Хайд решил да изкопае съкровището, което собственоръчно скрил в градината си преди много години. Той помнел само, че заровеното съкровище е поне на 5 метра от оградата и на не повече от 5 метра от старата круша. Защрихованата част на коя от следните картинки е мястото, където мистър Хайд е заровил съкровището?



6. Коя е цифрата на единиците на числото $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

- A) 1 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

7. В един клас има 33 ученици. Техните най-любими предмети са Компютри и Физкултура. Трима от учениците харесват и двата предмета. Тези, които харесват само Компютри, са два пъти повече от учениците, които харесват само Физкултура. Колко ученици харесват предмета Компютри?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 23

8. Кое от следващите числа не е нито точна втора, нито точна трета степен?

- A) 6^{13} B) 5^{10} C) 4^{11} D) 3^{10} E) 2^9

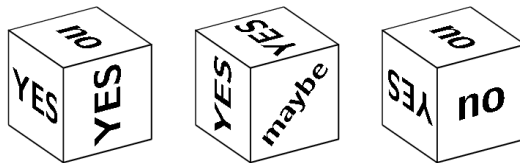
9. Господин Свещаров има 100 свещи. Той пали по една свещ всеки ден и винаги прави една нова свещ от 7 вече изгорели свещи. След колко дни ще трябва господин Свещаров да си набави нови свещи?

- A) 112 B) 114 C) 115 D) 116 E) 117

10. Броят на правите ъгли измежду вътрешните ъгли на даден изпъкнал петоъгълник е n . Какъв е пълният списък от възможните стойности на n ?

- A) 1, 2, 3 B) 0, 1, 2, 3, 4 C) 0, 1, 2, 3 D) 0, 1, 2 E) 1, 2

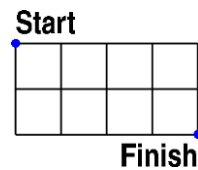
11. Имам зар, с който взимам решения. Картинките показват три изгледа на зара.



Каква е вероятността да хвърля YES със зара?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

12. Дължината на страната на едно квадратче е 1. Колко е най-малкото разстояние, което трябва да извървите от положение START до положение FINISH, ако е разрешено движение само по страните или диагоналите на отделните квадратчета?



- A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

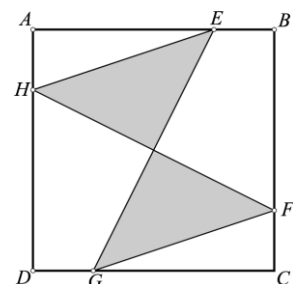
13. Жителите на една странна планета имат поне по две уши. Трима жители – Ими, Дими и Трими, се срещнали в един кратер и изказали верни твърдения. Ими: „Аз виждам 8 уши.“, Дими: „Аз виждам 7 уши.“, Трими: „Странно е, но аз виждам само 5 уши.“. Никой от тримата не може да види собствените си уши, но вижда ушите на всеки от останалите. Колко уши има Трими?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. Съд във формата на права призма с основа квадрат с дължина на страната 10 см е напълнен с вода до височина h см. Оловен куб с дължина на ръба 2 см е пуснат в съда. Минималната стойност на h в сантиметри така, че кубът да е изцяло потопен във водата, е:

- A) 1,92 B) 1,93 C) 1,90 D) 1,91 E) 1,94

15. Лицето на квадрата $ABCD$ е 80. Точките E , F , G и H лежат на страните на квадрата, като $AE = BF = CG = DH$. Ако $AE = 3 \cdot BE$, колко е лицето на затъмнената част?

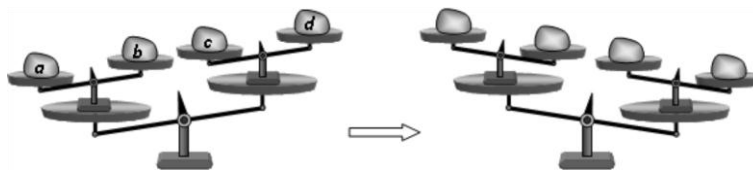


- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

16. Ако днес произведението от годините (цели числа) на бащата и сина е 2015, то разликата от годините им е:

- A) 26 B) 29 C) 33 D) 34 E) 36

17. Дадени са две еднакви везни, гледани фронтално, като всяка от тях е съставена от по две други по-малки везни. На първата везна (първата фигура) са поставени четири тежести a , b , c и d и посоката на стрелката показва натежаване наляво. Две от тежестите са разменени върху втората везна (втората фигура) и посоката на стрелката показва натежаване надясно. Кои са разменените тежести?



- A) a и b B) b и d C) b и c D) a и d E) a и c

18. Ако двата корена на уравнението $x^2 - 85x + a = 0$ са прости числа, колко е сборът от цифрите на коефициента a ?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21

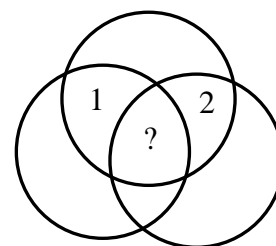
19. Броят на всички трицифрени естествени числа, на които всеки две съседни цифри се различават с три, е:

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 27

20. Кой от посочените отговори е контрапример на твърдението: „Ако n е просто число, точно едно от числата $n - 2$ и $n + 2$ е просто число.“?

- A) $n = 11$ B) $n = 19$ C) $n = 21$ D) $n = 29$ E) $n = 37$

21. На фигурата са показани седем области, ограничени от три окръжности. Във всяка област трябва да се запише число, което е равно на сбора от числата във всички съседни области. (Казваме, че две области са съседни, ако тяхната граница има повече от една точка.) Две от числата са вече записани. Кое е числото в централната област, означена с въпросителен знак?



- A) 0 B) -3 C) 3 D) -6 E) 6

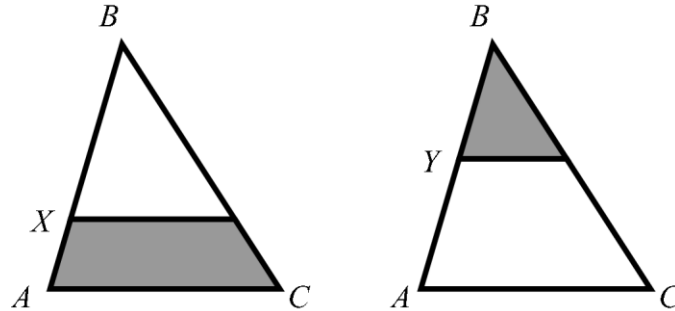
22. Петра има три различни речника и два различни романа, които иска да подреди на един от рафтовете в библиотеката си така, че речниците да са един до друг, а така също и романите да са един до друг. По колко начина може да стане това?

- A) 12 B) 24 C) 30 D) 60 E) 120

23. Колко са двуцифрените числа, които могат да се запишат като сбор на точно шест различни степени на двойката?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24. През точка X от страната AB на даден триъгълник ABC , за която $BX : XA = 4 : 1$, е прекарана права, успоредна на основата AC . Ако през точка Y от страната AB е прекарана права, успоредна на основата AC , така че лицата на показаните затъмнени части от триъгълника са равни, да се намери отношението $BY : YA$.



- A) 1:1 B) 2:1 C) 3:1 D) 3:2 E) 4:3

25. В правоъгълен триъгълник ъглополовящата на единия от острите ъгли дели срещулежащата страна на отсечки с дължини 1 и 2. Намерете дължината на тази ъглополовяща.

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

26. По колко начина могат да се изберат различни цифри a , b и c така, че $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

- A) 84 B) 96 C) 125 D) 201 E) 502

27. Ако едно от числата $1, 2, 3, \dots, n-1, n$ е изтрито, средното аритметично на останалите е $4,75$. Кое е изтритото число?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) не може да се определи

28. Мравката Ойла тръгва от връх на куб с дължина на ръба 1. Тя преминава по всеки ръб (не задължително по веднъж) и се връща в първоначалното си положение, като се стреми дължината на изминатия път да е възможно най-малка. Намерете дължината на изминатия път.

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 20

29. На дъската са записани десет различни числа и ако има число, което е равно на произведението на останалите девет, то се подчертава. Колко най-много подчертани числа можем да видим на дъската?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 10

30. Няколко точки са отбелязани върху права линия, като всички отсечки с краища в тези точки са маркирани. Една от точките лежи във вътрешността на 80 от маркираните отсечки, а друга точка лежи във вътрешността на 90 отсечки. Колко са отбелязаните точки?

- A) 20 B) 22 C) 80 D) 90 E) не може да се определи

